සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි.

රහස්‍ය ලේඛනයකි.

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2023(2024)

10 - සංයුක්ත ගණිතය I

ලකුණු දීමේ පටිපාටිය

මෙය උත්තරපත්‍ර පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා සකස් කෙරිණි.
ප්‍රධාන/ සහකාර පරීක්ෂක රැස්වීමේ දී ඉදිරිපත්වන අදහස් අනුව මෙහි වෙනස්කම් කරනු ලැබේ.

අවසන් සංශෝධන ඇතුළත් කළ යුතුව ඇත.

G. C. E (Advanced Level) Examination – 2023 (2024)

10 - Combined Mathematics I

Distribution of Marks

Paper I

Part A	= 10×25	=	**250**
Part B	= 05×150	=	**750**

Total $= \dfrac{1000}{10}$

Final marks = **100**

Common Techniques of Marking Answer Scripts.

It is compulsory to adhere to the following standard method in marking answer scripts and entering marks into the mark sheets.

1. Use a red color ball point pen for marking. (Only Chief/Additional Chief Examiner may use a mauve color pen.)
2. Note down Examiner's Code Number and initials on the front page of each answer script.
3. Write off any numerals written wrong with a clear single line and authenticate the alterations with Examiner's initials.
4. Write down marks of each subsection in a △ and write the final marks of each question as a rational number in a □ h the question number. Use the column assigned for Examiners to write down marks.

Example: **Question No. 03**

(i) .... √ △ $\frac{4}{5}$

(ii) .... √ △ $\frac{3}{5}$

(iii) .... √ △ $\frac{3}{5}$

03 (i) $\frac{4}{5}$ + (ii) $\frac{3}{5}$ + (iii) $\frac{3}{5}$ = $\boxed{\frac{10}{15}}$

MCQ answer scripts: (Template)

1. Marking templets for G.C.E.(A/L) and GIT examination will be provided by the Department of Examinations itself. Marking examiners bear the responsibility of using correctly prepared and certified templates.
2. Then, check the answer scripts carefully. If there are more than one or no answers Marked to a certain question write off the options with a line. Sometimes candidates may have erased an option marked previously and selected another option. In such occasions, if the erasure is not clear write off those options too.
3. Place the template on the answer script correctly. Mark the right answers with a 'V' and the wrong answers with a 'X' against the options column. Write down the number of correct answers inside the cage given under each column. Then, add those numbers and write the number of correct answers in the relevant cage.

Structured essay type and assay type answer scripts:

1. Cross off any pages left blank by candidates. Underline wrong or unsuitable answers. Show areas where marks can be offered with check marks.
2. Use the right margin of the overland paper to write down the marks.
3. Write down the marks given for each question against the question number in the relevant cage on the front page in two digits. Selection of questions should be in accordance with the instructions given in the question paper. Mark all answers and transfer the marks to the front page, and write off answers with lower marks if extra questions have been answered against instructions.
4. Add the total carefully and write in the relevant cage on the front page. Turn pages of answer script and add all the marks given for all answers again. Check whether that total tallies with the total marks written on the front page.

Preparation of Mark Sheets.

Except for the subjects with a single question paper, final marks of two papers will not be calculated within the evaluation board this time. Therefore, add separate mark sheets for each of the question paper. Write paper 01 marks in the paper 01 column of the mark sheet and write them in words too. Write paper II Marks in the paper II Column and wright the relevant details.

***

1. $u_1 = 2$ හා සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $u_{n+1} = u_n + 2n$ යැයි ගනිමු. ගණිත අභ්‍යුහන මූලධර්මය භාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $u_n = n^2 - n + 2$ බව සාධනය කරන්න.

$n = 1$ සඳහා

$$\left.\begin{aligned} \text{ව.පැ.} &= u_1 = 2 \\ \text{ද.පැ} &= 1^2 - 1 + 2 = 2 \end{aligned}\right\} \quad 5$$

$\therefore$ ප්‍රතිඵලය $n = 1$. සඳහා සත්‍ය වේ.

ඕනෑම $k \in \mathbb{Z}^+$ ප්‍රතිඵලය $n = k$ සඳහා සත්‍ය යැයි උපකල්පනය කරමු.

i.e. $u_k = k^2 - k + 2.$ 5

$$u_{k+1} = u_k + 2k \quad 5$$

$$= k^2 - k + 2 + 2k = k^2 + k + 2$$

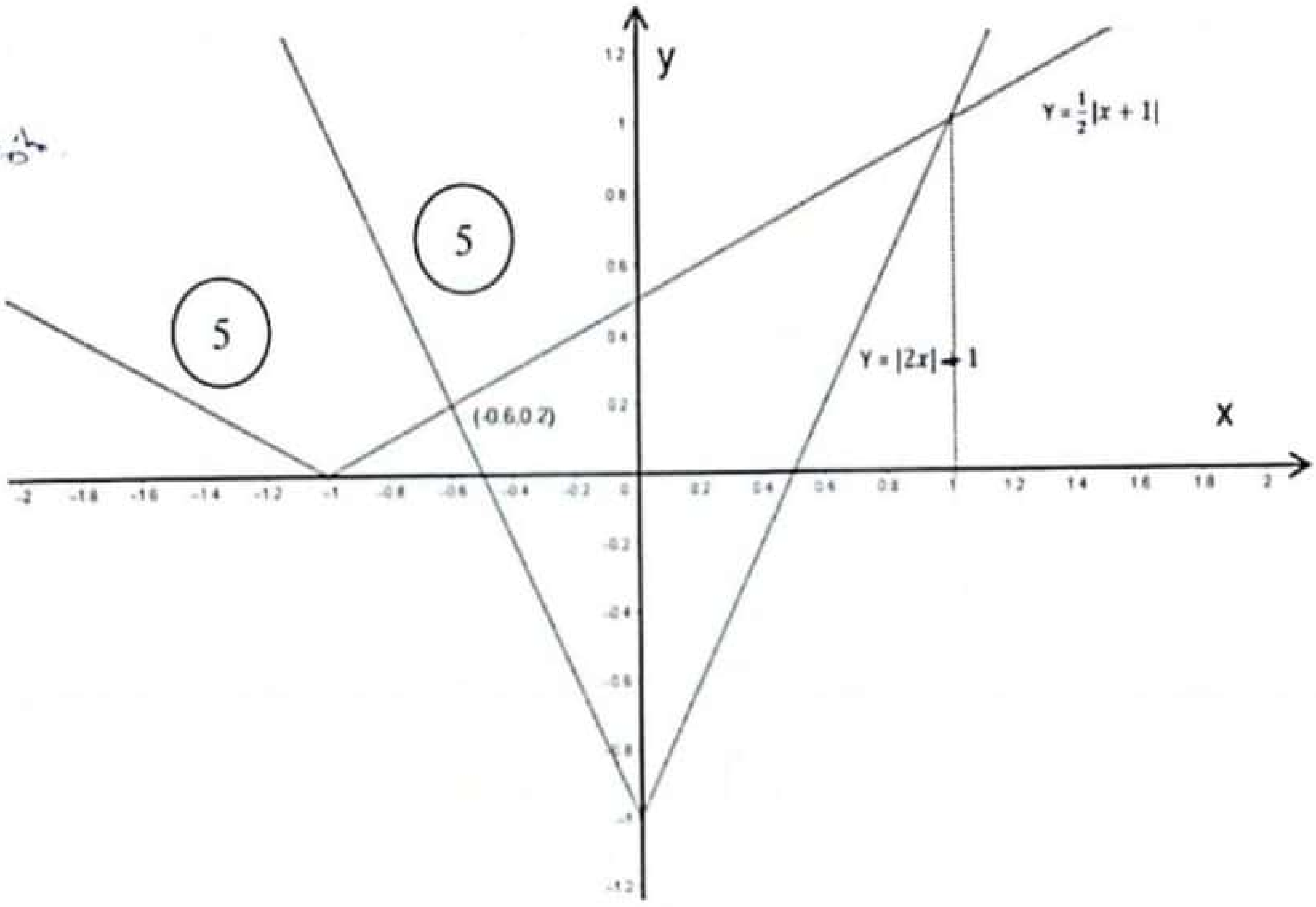
$$= (k+1)^2 - (k+1) + 2 \quad 5$$

ඒ නයින්, $n = k$, සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය නම් එය $n = k + 1$ සඳහාද සත්‍ය වේ. ප්‍රතිඵලය $n = 1$ සඳහා සත්‍ය බව සාධනය කර ඇත.

ඒ නයින් ගණිතමය අභ්‍යුහන මූලධර්මය මගින් සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ. 5

2. එකම රූප සටහනක $y=\frac{1}{2}|x+1|$ හා $y=|2x|-1$ හි ප්‍රස්තාරවල දළ සටහන් අඳින්න.
ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ, $4|x|-|x+1|\le 2$ අසමානතාව සපුරාලන x හි සියලු ම තාත්වික අගයන් සොයන්න.

[illegible]



ඡේදන ලක්ෂ්‍ය සඳහා,

$$\frac{1}{2}(x+1)=2x-1 \text{ හෝ } \frac{1}{2}(x+1)=-2x-1.$$

$$\therefore x+1=4x-2 \text{ හෝ } x+1=-4x-2.$$

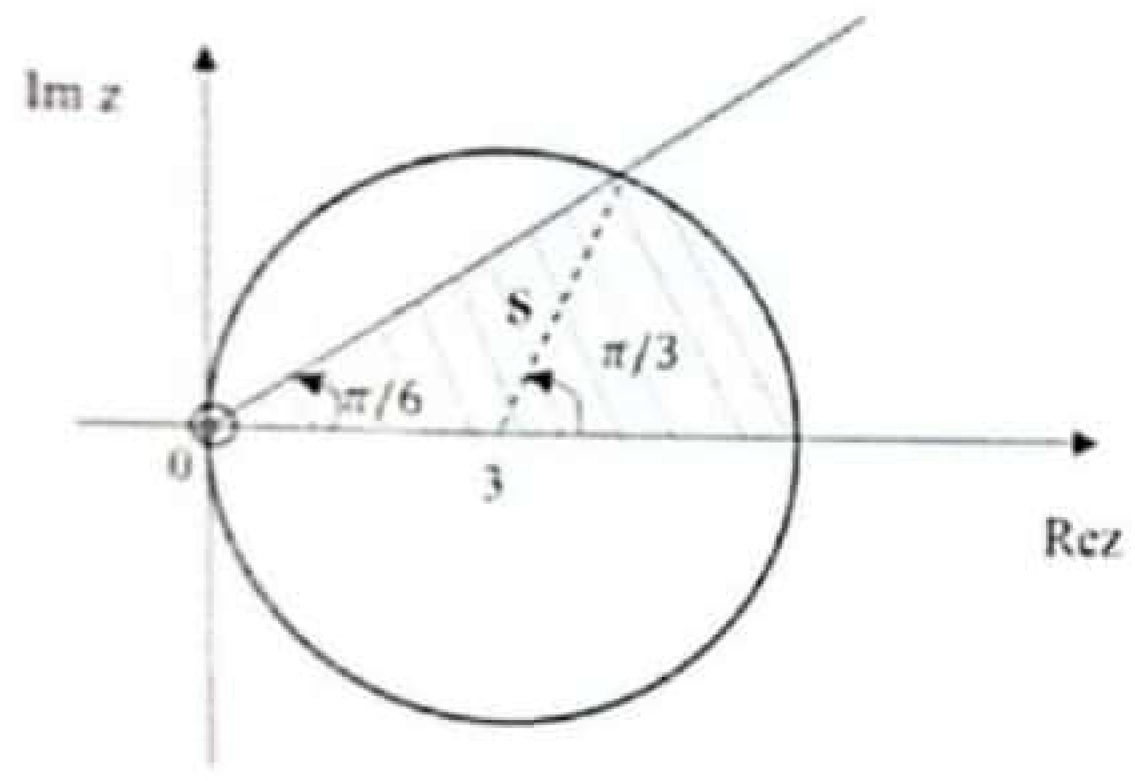
$$\therefore x=1 \text{ හෝ } x=-\frac{3}{5}.$$ 5 දෙකටම [illegible]

$$4|x|-|x+1|\le 2$$

$$\Leftrightarrow |2x|-1\le\frac{1}{2}|x+1|$$ 5

$$\Leftrightarrow -\frac{3}{5}\le x\le 1.$$ 5

3. $|z-3| \leq 3$ හා $0 \leq \text{Arg}\, z \leq \frac{\pi}{6}$ යන අසමානතා සපුරාලන z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යවලින් සමන්විත S පෙදෙස ආගන්ඩ් සටහනක අඳුරු කරන්න.
තවද, S හි වර්ගඵලය ද සොයන්න.



අර්ධ රේඛාව 5

0 දී y අක්ෂය ස්පර්ශ කරන වෘත්තය 5

0 හිදී සිදුරක් සහිත පෙදෙසට 5

5 5

$$S \text{ හි වර්ගඵලය } = \left(\frac{1}{2} \times 3 \times 3 \times \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} \times 9 \times \frac{\pi}{3}\right)$$

$$= \frac{9\sqrt{3}}{4} + \frac{3\pi}{2}$$

4. $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{10}$ හි ද්විපද ප්‍රසාරණයේ x^{-3} හි සංගුණකය, x^{-2} හි සංගුණකය මෙන් තුන්ගුණයක් බව පෙන්වන්න.

$$\left(\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{10}$$

සාධාරණ පදය $= {}^{10}C_r \left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^r \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{10-r}$ ← 5

$$= {}^{10}C_r \cdot \frac{1}{3^{\frac{10-r}{2}}} \cdot x^{-\frac{r}{2}}.$$

[illegible] 5 [illegible]

r = 6 5

x^{-3} හි සංගුණකය $= {}^{10}C_6 \cdot \frac{1}{3^2} = A$

r = 4

x^{-2} හි සංගුණකය $= {}^{10}C_4 \cdot \frac{1}{3^3} = B$ 5

5

${}^{10}C_6 = {}^{10}C_4$, බැවින් $3B = A$. 5

5. $\lim_{x \to 1} \frac{(1+\cos \pi x)}{(x-1)^2} = \frac{\pi^2}{2}$ බව පෙන්වන්න.

$$\lim_{x\to 1} \frac{(1+\cos \pi x)}{(x-1)^2} = \lim_{x\to 1} \frac{(1+\cos \pi x)}{(x-1)^2} \cdot \frac{(1-\cos \pi x)}{(1-\cos \pi x)} \quad 5$$

$$= \lim_{x\to 1} \frac{\sin^2 \pi x}{(x-1)^2} \cdot \frac{1}{(1-\cos \pi x)} \quad 5$$

$$= \lim_{x\to 1} \pi^2 \frac{\sin^2 \pi(x-1)}{\pi^2 (x-1)^2} \cdot \frac{1}{(1-\cos \pi x)} \quad 5$$

$$= \pi^2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \quad 5 + 5$$

$$= \frac{\pi^2}{2}$$

විකල්ප ක්‍රමය

$$\lim_{x\to 1} \frac{(1+\cos \pi x)}{(x-1)^2} = \lim_{x\to 1} \frac{2\cos^2\left(\frac{\pi x}{2}\right)}{(x-1)^2}, \quad \text{මෙහි } u = x-1. \quad 5$$

$$= \lim_{u\to 0} \frac{2\cos^2\left(\frac{\pi}{2}(u+1)\right)}{u^2} \quad 5$$

$$= \lim_{u\to 0} \frac{2\sin^2\left(\frac{\pi u}{2}\right)}{u^2} \quad 5$$

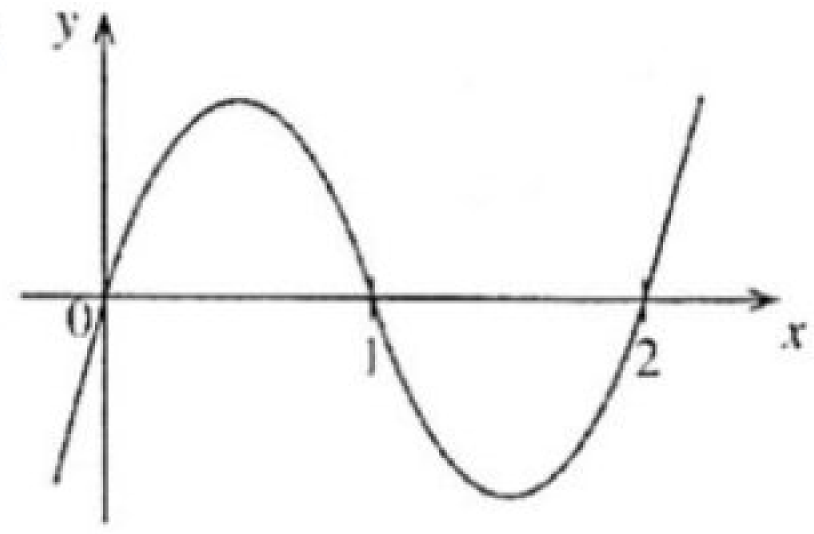
$$= \lim_{u\to 0} 2\left[\frac{\sin\left(\frac{\pi u}{2}\right)}{\frac{\pi u}{2}}\right]^2 \cdot \frac{\pi^2}{4} \quad 5$$

$$= 2 \times 1 \times \frac{\pi^2}{4} \quad 5$$

$$= \frac{\pi^2}{2}$$

6. $f(x) = x(x-1)(x-2)$ යැයි ගනිමු. $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් යාබද රූපයේ දී ඇත:

$\int_0^2 |f(x)|\,dx$ සොයන්න.



$$\int_0^2 |f(x)|\,dx = \int_0^1 x(x-1)(x-2)dx + \int_1^2 [-x(x-1)(x-2)]dx$$

5 5

$$= \int_0^1 (x^3 - 3x^2 + 2x)dx - \int_1^2 (x^3 - 3x^2 + 2x)dx$$ 5

$$= \left(\frac{x^4}{4} - \frac{3x^3}{3} + \frac{2x^2}{2}\right)\Big|_0^1 - \left(\frac{x^4}{4} - \frac{3x^3}{3} + \frac{2x^2}{2}\right)\Big|_1^2$$ 5

$$= \left(\frac{1}{4} - 1 + 1\right) - \left[(4 - 8 + 4) - \left(\frac{1}{4} - 1 + 1\right)\right]$$ 5

$$= \frac{1}{2}$$

$2\int_0^1 f(x)\,dx$ නම් ~~15~~ 15 දෙන්න

7. $a > 0$ යැයි ද C යනු $0 < \theta < \pi$ සඳහා $x = a(\theta - \sin\theta)$ හා $y = a(1 - \cos\theta)$ මගින් පරාමිතිකව දෙනු ලබන වක්‍රය යැයි ද ගනිමු. $\frac{dy}{dx} = \cot\frac{\theta}{2}$ බව පෙන්වන්න.
θ ඇසුරෙන් $\frac{d^2y}{dx^2}$ සොයා C යටි අවතල බව **අපෝහනය** කරන්න.

$$x = a(\theta - \sin\theta) \text{ හා } y = a(1 - \cos\theta)$$

$$5 \quad \frac{dx}{d\theta} = a(1 - \cos\theta \quad \text{හා} \quad \frac{dy}{d\theta} = a\sin\theta \quad 5$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\frac{dy}{d\theta}}{\frac{dx}{d\theta}} = \frac{a\sin\theta}{a(1-\cos\theta)} \quad \cancel{5}$$

$$= \frac{2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}}{2\sin^2\frac{\theta}{2}}$$

$$= \cot\frac{\theta}{2} \quad 5$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{d}{dx}\left(\cot\frac{\theta}{2}\right)$$

$$= \frac{d}{d\theta}\left(\cot\frac{\theta}{2}\right) \cdot \frac{d\theta}{dx} \quad 5$$

$$= -\frac{1}{2}\, cosec^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \cdot \frac{1}{a(1-\cos\theta)} < 0 \text{ for } 0 < \theta < \pi .$$

$\therefore$ C යටි අවතල වේ. 5

8. l_1 හා l_2 යනු පිළිවෙළින් $2y-x-2=0$ හා $y+2x-6=0$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛා යැයි ගනිමු. l_1 හා l_2 හි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය ද, $(-4, 4)$ ලක්ෂ්‍යය ද හරහා යන l_3 සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න. තවද, l_3 යනු l_1 හා l_2 අතර කෝණයක සමච්ඡේදකය බව ද පෙන්වන්න.

l_3 හි සමීකරණය

$2y-x-2+\lambda(y+2x-6)=0$, මේවා $\lambda \in \mathbb{R}$ ආකාරයෙන් වේ. 5

l_3, (-4,4) හරහා යන බැවින්

$8+4-2+\lambda(4-8-6)=0.$ 5

$\therefore \lambda = 1$

$\therefore l_3 : 2y-x-2+y+2x-6=0.$ 5

$\therefore$ l_3 සමීකරණය $3y+x-8=0$ වේ.

කෝණ සමච්ඡේදක

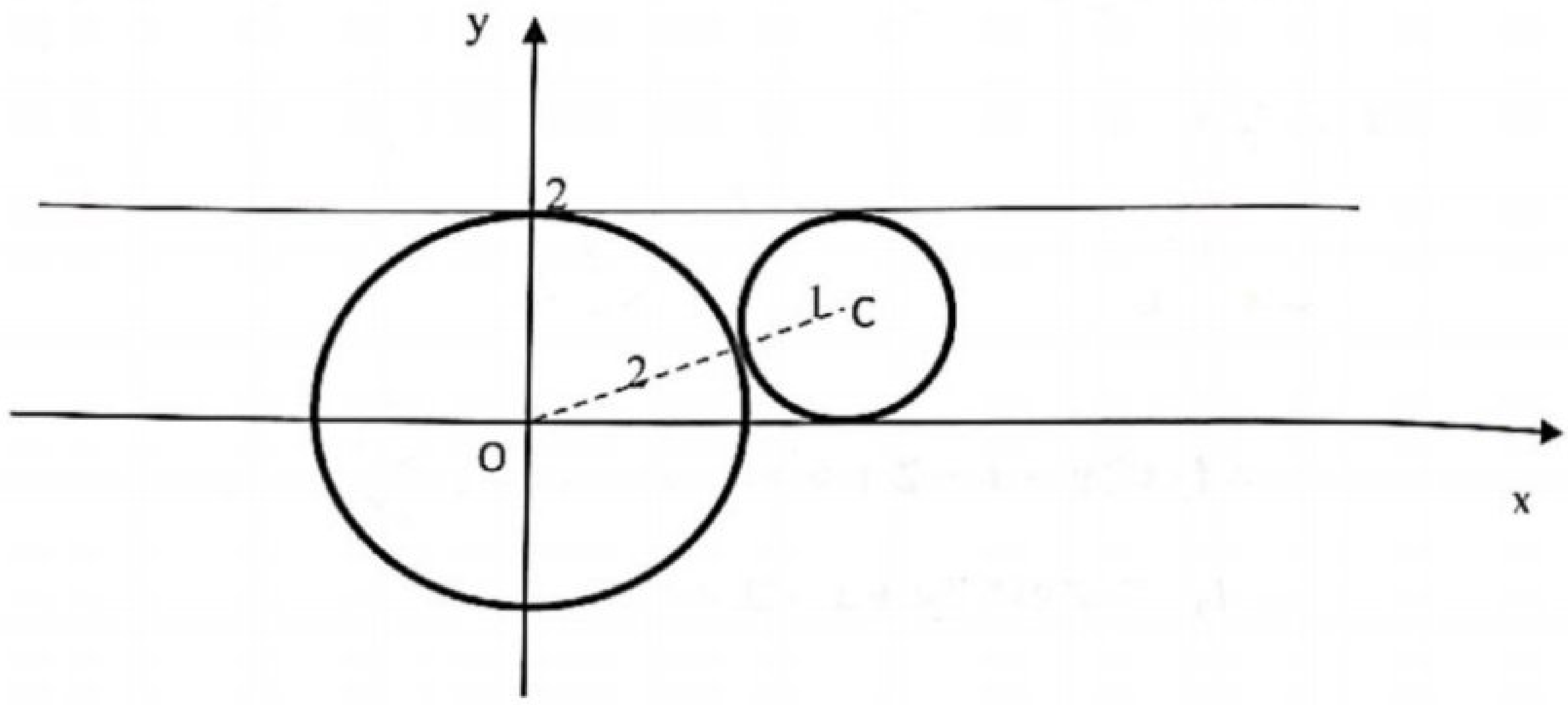
$$\frac{2y-x-2}{\sqrt{5}} = \pm\frac{y+2x-6}{\sqrt{5}}$$ 5

මගින් දෙනු ලැබේ.

(-) ලකුණ $3y+x-8=0$ ලබාදෙයි. 5

$\therefore l_1$ හා l_2 අතර කෝණ සමච්ඡේදකයක් l_3 වේ.

9. $x^2 + y^2 = 4$ වෘත්තය බාහිරව ස්පර්ශ කරන හා $y = 0$ හා $y = 2$ රේඛා ද ස්පර්ශ කරන වෘත්තවල සමීකරණ සොයන්න.



අවශ්‍ය වෘත්තයේ කේන්ද්‍රය $C \equiv (x_0, 1) \quad (x_0 \in \mathbb{R})$ 5

හා අරය $=1$. 5

වෘත්ත දෙක බාහිරව ස්පර්ශ කරන බැවින්,

$$OC = 2 + 1 \\ = 3$$ 5

$OC^2 = x_0^2 + 1$, බැවින් $x_0^2 + 1 = 9$ වේ.

$$\therefore x_0 = \pm 2\sqrt{2}$$ 5

∴අවශ්‍ය සමීකරණ

$$\left(x - 2\sqrt{2}\right)^2 + (y-1)^2 = 1, \text{ හා}$$
$$\left(x + 2\sqrt{2}\right)^2 + (y-1)^2 = 1.$$

5 ← දෙකටම

CamScanner

10. x සඳහා විසඳන්න: $\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\cos\frac{\pi}{24}$.

$$\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)+\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)=\cos\frac{\pi}{24}$$

$$\Leftrightarrow 2\sin\left(x+\frac{7\pi}{24}\right)\cos\frac{\pi}{24}=\cos\frac{\pi}{24} \quad (10)$$

0 ✓ 0

$$\Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{7\pi}{24}\right)=\frac{1}{2} \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{7\pi}{24}\right)=\sin\frac{\pi}{6} \quad (5)$$

$$\Leftrightarrow x+\frac{7\pi}{24}=n\pi+(-1)^n\frac{\pi}{6}, \quad \text{මෙහි } n\in\mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow x=n\pi+(-1)^n\frac{\pi}{6}-\frac{7\pi}{24}, \quad \text{මෙහි } n\in\mathbb{Z} \quad (5)$$

11.(*a*) $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $f(x) = ax^2 + bx + c$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a > 0$ සහිතව $a, b, c \in \mathbb{R}$ වේ.

$f(x)$ හි අවම අගය $-\dfrac{\Delta}{4a}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\Delta = b^2 - 4ac$ වේ.

p හා q යනු ධන තාත්ත්වික සංඛ්‍යා යැයි ද $r \in \mathbb{R}$ යැයි ද ගනිමු. තවද, $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $g(x) = px^2 + 2\sqrt{pq}\,x + qr$ යැයි ද ගනිමු.

$g(x) = 0$ සමීකරණයට තාත්ත්වික මූල නොමැති බව දී ඇත. $r > 1$ බව පෙන්වන්න.

දැන්, $g(x)$ හි අවම අගය q බව දී ඇත. $r = 2$ බව පෙන්වන්න.

$y = x + 1$ සරල රේඛාව $r = 2$ වන $y = g(x)$ වක්‍රයට $(0, 1)$ ලක්ෂ්‍යයෙහිදී වූ ස්පර්ශ රේඛාව නම්, p හා q හි අගයන් සොයන්න.

(*b*) $a \in \mathbb{R}$ යැයි ද, $p(x)$ යනු මාත්‍රය 4 වූ බහුපදයක් යැයි ද ගනිමු. $(x - a)$ යන්න $p(x)$ හා $p'(x)$ යන දෙකෙහිම සාධකයක් නම්, $(x - a)^2$ යන්න $p(x)$ හි සාධකයක් වන බව පෙන්වන්න; මෙහි $p'(x)$ යනු $p(x)$ හි x විෂයයෙන් ව්‍යුත්පන්නය වේ.

$x \in \mathbb{R}$ සඳහා $f(x) = x^4 - x^3 - 6x^2 + 4x + 8$ යැයි ගනිමු. $(x - 2)^2$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් බව **අපෝහනය** කරන්න.

$f(-1)$ හි අගය සොයා, $f(x)$ සම්පූර්ණයෙන් සාධකවලට වෙන් කරන්න.

(*a*)
$$f(x) = ax^2 + bx + c$$
$$= a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$$
$$= a\left\{\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right\} \quad 5$$

$\geq -\dfrac{\Delta}{4a}$ 5   හා $x = \dfrac{-b}{2a}$ විට = වේ. 5

$\therefore f(x)$ හි අවම අගය $= -\dfrac{\Delta}{4a}$ 5

$\boxed{20}$

$g(x) = px^2 + 2\sqrt{pq}x + qr$

$g(x) = 0$ ට තාත්ත්වික මූල නොමැති බැවින් එහි විවේචකය < 0 වේ. 5

$\therefore 4pq - 4pqr < 0.$ 5

$\therefore 4pq(1 - r) < 0.$

$4pq > 0$, බැවින් $r > 1.$ 5

$\boxed{15}$

$g(x)$ හි අවම අගය $= -\frac{4pq\,(1-r)}{4p}$ (5)

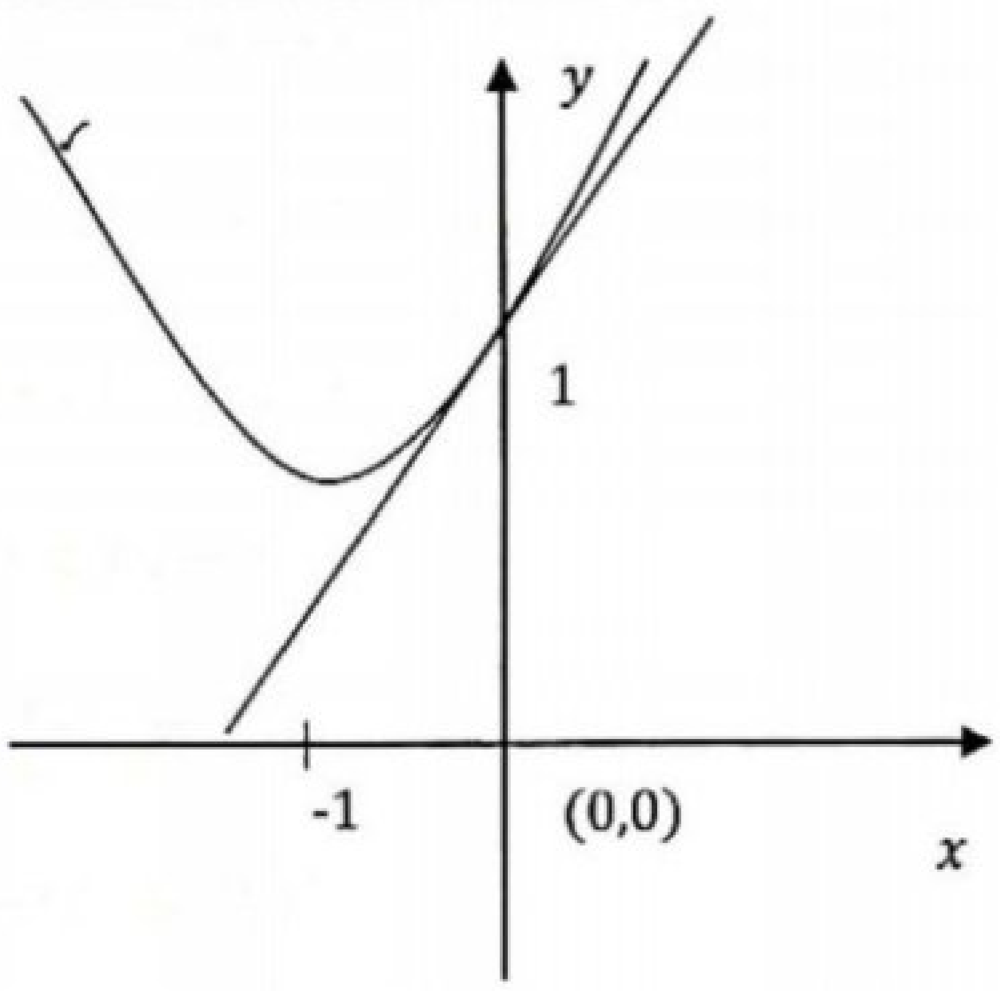
$= -q(1-r).$

$-q(1-r) = q$ බව දී ඇත. (5)

$\therefore r = 2.$ (5)

15

$g(x) = px^2 + 2\sqrt{pq}x + 2q$



(0,1) වක්‍රය මත බැවින්,

$1 = 2q.$ $\therefore q = \frac{1}{2}$ (5)

$g'(x) = 2px + 2\sqrt{pq}$ (5)

$g'(0) = 2\sqrt{pq}$ (5)

$g'(0) = 1$ (5)

$\therefore 2\sqrt{pq} = 1$ (5)

$4pq = 1$

$p = \frac{1}{2}$ (5)

30

(*b*) $p(x) = (x-a).q(x)$, මෙහි $q\,(x)$ මාත්‍රය 3 වන බහුපදයකි. (5)

$p'(x) = (x-a).q'(x) + q(x)$ -----------(1) (5)

$(x-a)$ යන්න $p'(x)$ හි සාධකයක් බැවින්

$p'(a) = 0.$ (5)

$(1) \Rightarrow q(a) = 0$ (5)

$\therefore (x-a)$ යන්න $q(x)$ හි සාධකයකි. 5

$\therefore q(x) = (x-a).r(x)$, මෙහි $r(x)$ මාත්‍රය 2 වූ බහුපදයකි.

$p(x) = (x-a)^2 r(x)$. 5

30

$f(x) = x^4 - x^3 - 6x^2 + 4x + 8$

$f(2) = 16 - 8 - 24 + 8 + 8 = 0$ 5

$\therefore (x-2)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් වේ . 5

$f'(x) = 4x^3 - 3x^2 - 12x + 4$

$f'(2) = 32 - 12 - 24 + 4 = 0$ 5

$\therefore (x-2)$ යන්න $f'(x)$ හි සාධකයක් වේ. 5

$\therefore (x-2)^2$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් වේ. 5

25

$f(-1) = 1 + 1 - 6 - 4 + 8 = 0$ 5

$\therefore (x+1)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් වේ .

$\therefore f(x) = (x-2)^2 (x+1)(x+k)$, මෙහි $k \in \mathbb{R}$ 5

දැන් $f(0) = 8 = 4k$.

$\therefore k = 2$. 5

$\therefore f(x) = (x-2)^2 (x+1)(x+2)$.

15

---

12. (*a*) පිරිමි 8 දෙනෙකුගෙන් හා ගැහැනු 6 දෙනෙකුගෙන් යුත් කණ්ඩායමකින් පිරිමි 4 දෙනෙකුගෙන් හා ගැහැනු 4 දෙනෙකුගෙන් සමන්විත කමිටුවක් තෝරා ගත යුතුව ඇත.

(i) කමිටුව තෝරා ගත හැකි වෙනස් ආකාර ගණන සොයන්න.

(ii) එබඳු කමිටුවක් තෝරා ගත්තේ යැයි සිතමු. කිසිම ගැහැනුන් දෙදෙනෙකු එකළඟ වාඩි විය නොහැකි නම්, එම කමිටු සාමාජිකයන් පේළියකට වාඩි විය හැකි වෙනස් ආකාර ගණන සොයන්න.

(*b*) සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{n}{4}(n+1)(n+2)(n+3)$ බව දී ඇත.

සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_n = n(n+1)(n+2)$ බව පෙන්වන්න.

සියලු $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $V_r = \frac{1}{U_r}$ යැයි ගනිමු.

සියලු $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $V_r = \frac{A}{r(r+1)} + \frac{B}{(r+1)(r+2)}$ වන පරිදි A හා B තාත්ත්වික නියත සොයන්න.

ඒ නයින් හෝ අන් අයුරකින් හෝ, $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^{n} V_r = \frac{1}{4} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)}$ බව පෙන්වන්න.

$\sum_{r=1}^{\infty} V_r$ අපරිමිත ශ්‍රේණිය අභිසාරී බව තවදුරටත් පෙන්වා එහි ඓක්‍යය සොයන්න.

$\sum_{r=m}^{\infty} V_r = \frac{1}{24}$ වන පරිදි $m \in \mathbb{Z}^+$ සොයන්න.

10 10

(*i*) ${}^{8}C_4 \times {}^{6}C_4$

$= \frac{8!}{4! \times 4!} \times \frac{6!}{4! \times 2!}$ 5

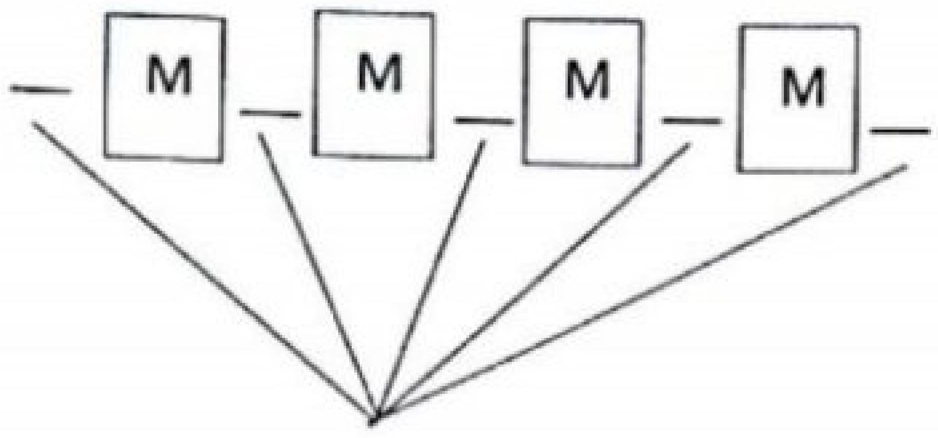
$= \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{4 \times 3 \times 2} \times \frac{6 \times 5}{2}$

$= 70 \times 15$ 5

$= 1050.$

$\boxed{30}$

CamScanner



මෙම ස්ථාන 5 න් 4 ක් තෝරා ගත හැකි ආකාර ගණන = ${}^5C_4$

පිළිතුර = ${}^5C_4 \times 4! \times 4!$ 5

5 5 5

$=2880$ 5

25

(*b*) $\sum_{r=1}^{n} U_r = \frac{n}{4}(n+1)(n+2)(n+3).$

$\sum_{r=1}^{n-1} U_r = \frac{(n-1)}{4}(n)(n+1)(n+2)$ for $n \geq 2.$ 5

$U_1 = \frac{1}{4}(2)(3)(4) = 6.$

5

$\therefore n \geq 2$ සඳහා $U_n = \sum_{r=1}^{n} U_r - \sum_{r=1}^{n-1} U_r$

$= \frac{n}{4}(n+1)(n+2)(n+3) - \frac{(n-1)}{4} n(n+1)(n+2)$ 5

$= \frac{n}{4}(n+1)(n+2)[(n+3)-(n-1)].$

$= n(n+1)(n+2).$ 5

20

දැන්, $V_r = \frac{1}{r(r+1)(r+2)}$ for all $r \in \mathbb{Z}^+$

$$\frac{1}{r(r+1)(r+2)} = \frac{A}{r(r+1)} + \frac{B}{(r+1)(r+2)}$$

$$1 = A(r+2) + Br, \text{ for all } r \in \mathbb{Z}^+$$ 5

$$1 = (A+B)r + 2A, \text{ for all } r \in \mathbb{Z}^+$$

$$\left.\begin{array}{l} r^1: A + B = 0 \\ r^0: 1 = 2A \end{array}\right\} \; 5 \qquad A = \frac{1}{2}, \; 5 \qquad B = -\frac{1}{2} \; 5$$

20

$$\therefore V_r = \frac{1/2}{r(r+1)} - \frac{1/2}{(r+1)(r+2)}$$

$$r = 1: \quad V_1 = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{1.2} - \frac{1}{2.3}\right]$$ 5

$$r = 2: \quad V_2 = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2.3} - \frac{1}{3.4}\right]$$

. . . .

. . . .

. . . .

$$r = n-1: \quad V_{n-1} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{(n-1)n} - \frac{1}{n(n+1)}\right]$$ 5

$$r = n: \quad V_n = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{n(n+1)} - \frac{1}{(n+1)(n+2)}\right]$$

$$\sum_{r=1}^{n} V_r = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1.2} - \frac{1}{2}\frac{1}{(n+1)(n+2)}$$ 10

$$= \frac{1}{4} - \frac{1}{2(n+1)(n+2)}$$

20

$$\longrightarrow \frac{1}{4} \text{ as } n \longrightarrow \infty.$$ 5

$\therefore \sum_{r=1}^{\infty} V_r$ අභිසාරී වන අතර එහි ඓක්‍යය$= \frac{1}{4}$ 5

5

15

$$\sum_{r=m}^{n} V_r = \sum_{r=1}^{n} V_r - \sum_{r=1}^{m-1} V_r$$ 5

$$= \frac{1}{4} - \left\{\frac{1}{4} - \frac{1}{2m(m+1)}\right\}$$

$$= \frac{1}{2m(m+1)}.$$ 5

$\therefore \frac{1}{2m(m+1)} = \frac{1}{24} \Leftrightarrow m^2 + m - 12 = 0.$ 5

$\Leftrightarrow (m-3)(m+4) = 0$

$\Leftrightarrow m = 3$ හෝ $m = -4$

$\therefore m = 3$ ($m \in \mathbb{Z}^+$ බැවින්).

5

20

13.(*a*) $a \in \mathbb{R}$ යැයි ද $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & a \\ -a & 1 \end{pmatrix}$ යැයි ද ගනිමු. $\mathbf{A}^{-1}$ පවතින බව පෙන්වා, $\mathbf{A}^{-1}$ ලියා දක්වන්න.

$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු.

(i) $\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}^{\mathrm{T}} = -\frac{1}{5}\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -3 & 1 \end{pmatrix}$ වන පරිදි වූ a හි අගය සොයන්න.

(ii) $\mathbf{BC} = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 0 & -1 & 5 \end{pmatrix}$ වන පරිදි වූ $\mathbf{C}$ න්‍යාසය සොයන්න.

(*b*) $z \in \mathbb{C}$ යැයි ගනිමු. z හි සංකීර්ණ ප්‍රතිබද්ධය $\bar{z}$ හා z හි මාපාංකය $|z|$ අර්ථ දක්වන්න.

$|z| = 1$ නම්, $\bar{z} = \frac{1}{z}$ බව පෙන්වා, ඕනෑම $w \in \mathbb{C}$ සඳහා $|z - w| = |1 - \bar{z}w|$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

දැන්, $z = \frac{1}{2}\left(1 + \sqrt{3}i\right)$ යැයි ගනිමු. $|z|$ හා $\mathrm{Arg}\, z$ සොයන්න.

$|w| < 1$ හා $\mathrm{Arg}\, w = \alpha$ වන පරිදි $w \in \mathbb{C}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $0 < \alpha < \frac{\pi}{3}$ වේ.

එබඳු එක් w සංකීර්ණ සංඛ්‍යාවක් තෝරා ගනිමින්, $1, z, w$ හා $\bar{z}w$ නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍ය ආගන්ඩ් සටහනක ලකුණු කර $|z - w| = |1 - \bar{z}w|$ වන්නේ ඇයි දැයි ජ්‍යාමිතිකව පැහැදිලි කරන්න.

(*c*) $n \in \mathbb{Z}^{+}$ යැයි ගනිමු. $\dfrac{\left(\cos\frac{2\pi}{15} + i\sin\frac{2\pi}{15}\right)^{n}}{\left(\cos\frac{\pi}{15} + i\sin\frac{\pi}{15}\right)^{7}}$ හි තාත්ත්වික කොටස $\frac{1}{2}$ වන පරිදි වූ n හි කුඩාතම අගය සොයන්න.

det A $\quad a \xrightarrow{\text{or}} a \quad$ 5 5

$$(a)\ \begin{vmatrix} 1 & a \\ -a & 1 \end{vmatrix} = 1 + a^2 \neq 0 \quad (\because a \in \mathbb{R})$$

5

$$A^{-1} = \frac{1}{1+a^2}\begin{pmatrix} 1 & -a \\ a & 1 \end{pmatrix}$$

5 5

$\boxed{25}$

(i) $A^{-1}B^{T} = \frac{1}{(1+a^2)}\begin{pmatrix}1 & -a\\ a & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$ 5 ← B^T ලියා

$= \frac{1}{(1+a^2)}\begin{pmatrix}1-a & -1-a\\ a+1 & -a+1\end{pmatrix}$ 5 ගුණ කිරීම

මෙය $-\frac{1}{5}\begin{pmatrix}1 & 3\\ -3 & 1\end{pmatrix}$, ට සමාන බැවින්

5 5

$\frac{1-a}{1+a^2} = -\frac{1}{5}$ හා $\frac{-1-a}{1+a^2} = -\frac{3}{5}$

$\Leftrightarrow 1+a^2 = -5+5a$ හා $3+3a^2 = 5+5a$

$\Leftrightarrow a^2-5a+6 = 0$ හා $3a^2-5a-2 = 0$

$\Leftrightarrow (a-2)(a-3) = 0$ හා $(a-2)(3a+1) = 0$ 5 2 වීම සාධක බලා ගත් විට

$\Leftrightarrow (a = 2$ හෝ $a = 3)$ හා $(a = 2 \text{ or } a = -\frac{1}{3})$

$\therefore a = 2.$ 5

30

(ii) $C = B^{-1}\begin{bmatrix}2 & 1 & 3\\ 0 & -1 & 5\end{bmatrix}$ 5 C ලියා ගැනීම

$= \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{bmatrix}2 & 1 & 3\\ 0 & -1 & 5\end{bmatrix}$ 5 ← B^{-1} ලිවීම

$= \frac{1}{2}\begin{bmatrix}2 & 2 & -2\\ 2 & 0 & 8\end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix}1 & 1 & -1\\ 1 & 0 & 4\end{bmatrix}$ 5

15

(b) Let $z = x+iy$, යැයි ගනිමු. මෙහි $x, y \in \mathbb{R}$.

$\bar{z} = x - iy$ and $|z| = \sqrt{x^2+y^2}$.

5 5

10

CamScanner

$|z| = 1$ යැයි ගනිමු.

එවිට $z\bar{z} = |z|^2 = 1.$ 5

$\therefore \bar{z} = \frac{1}{z}.$ 5

$|1 - \bar{z}w| = \left|1 - \frac{1}{z}w\right| = \frac{1}{|z|}|z - w| = |z - w|$

5 5

20

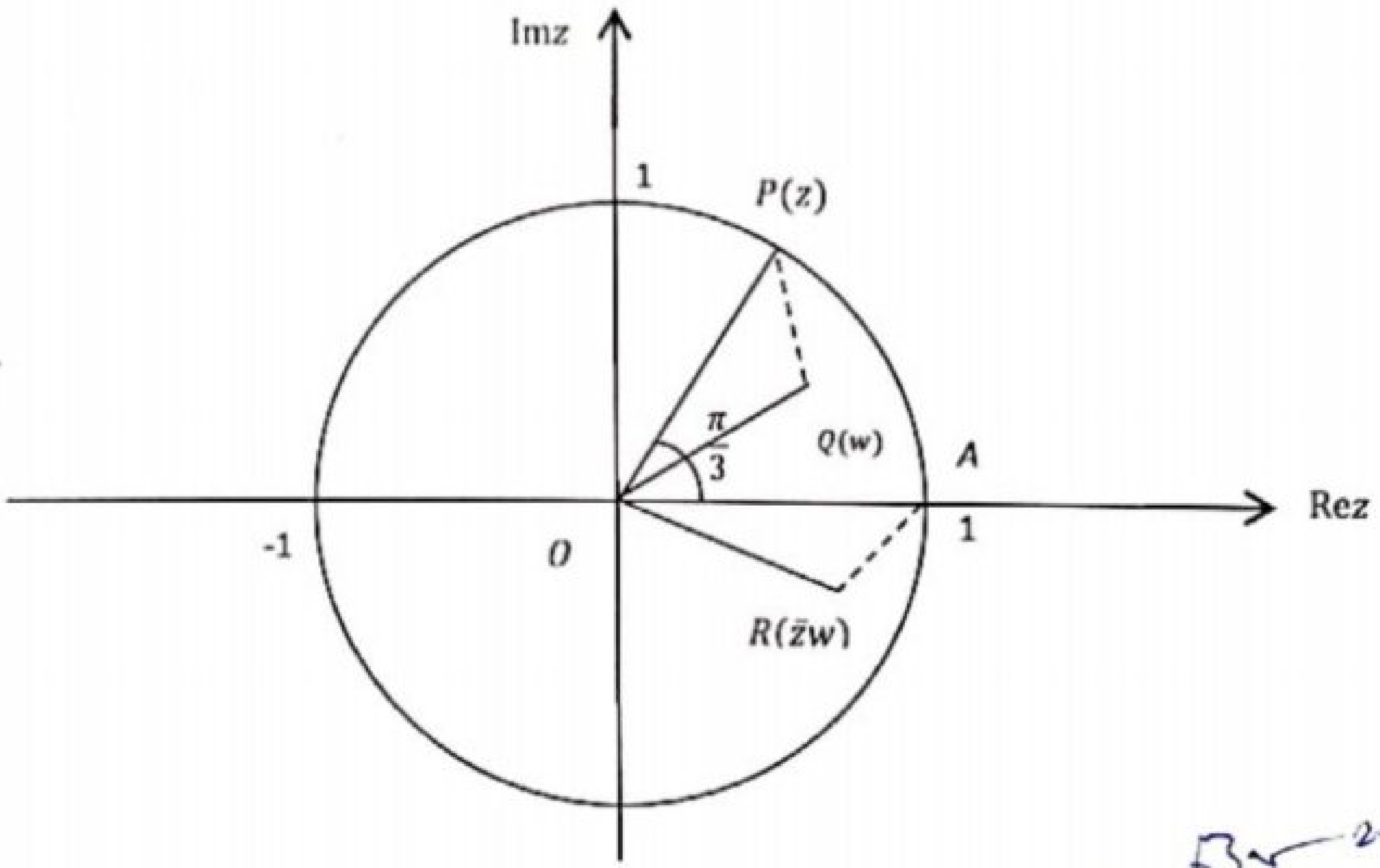
$z = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{3}i)$

$|z| = \frac{1}{2}\sqrt{1+3} = 1$ 5

$z = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = \cos\frac{\pi}{3} + i\ \sin\frac{\pi}{3}$ 5

$\therefore \text{Arg } z = \frac{\pi}{3}$ 5

15



$\Delta\ OPQ \equiv \Delta\ OAR$ 5 or

$PQ = AR$

$\therefore \cancel{AB} = \cancel{CD}$

$\therefore |z - w| = |1 - \bar{z}w|$ 5

10

(c)

$$\frac{\left(\cos]\frac{2\pi}{15}+i\sin\frac{2\pi}{15}\right)^n}{\left(\cos\frac{\pi}{15}+i\sin\frac{\pi}{15}\right)^7}=\frac{\left(\cos\frac{2n\pi}{15}+i\sin\frac{2n\pi}{15}\right)}{\left(\cos\frac{7\pi}{15}+i\sin\frac{7\pi}{15}\right)}$$ 5 5

$$=\cos\left(\frac{\pi}{15}(2n-7)\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{15}(2n-7)\right)$$ 5

$\therefore\ \cos\left(\frac{\pi}{15}(2n-7)\right)=\frac{1}{2}$ 5

පිළිතුර: $n=1$ 5

25

14. (*a*) $a, p, q \in \mathbb{R}$ හා $p < q$ යැයි ගනිමු.

$x \in \mathbb{R} - \{p, q\}$ සඳහා $f(x) = \dfrac{(ax+1)(x+2)}{(x-p)(x-q)}$ යැයි ගනිමු.

$y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ සිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛ $x = 1$ හා $x = -4$ බව දී ඇත. p හා q හි අගයන් ලියා දක්වන්න.

$y = 1$ යන්න $y = f(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ තිරස් ස්පර්ශෝන්මුඛයක් බව දී ඇති විට, $a = 1$ බව පෙන්වන්න.

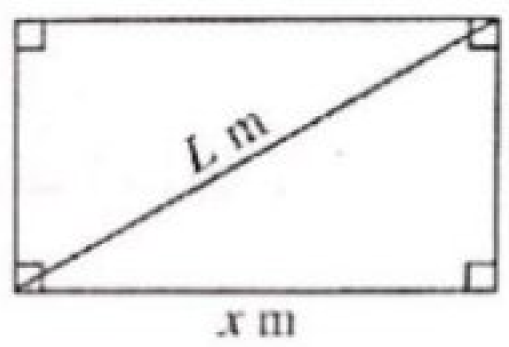
a, p හා q හි මෙම අගයන් සඳහා $f(x)$ වැඩිවන ප්‍රාන්තර හා $f(x)$ අඩුවන ප්‍රාන්තර සොයන්න.

$g(x) = f(x) + 1$ යැයි ගනිමු.

ස්පර්ශෝන්මුඛ හා හැරුම් ලක්ෂ්‍ය දක්වමින් $y = g(x)$ හි ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

$g(x)$ හි පරාසය ලියා දක්වන්න.

(*b*) වර්ගඵලය k m^2 වූ සෘජුකෝණාස්‍රාකාර පෙදෙසක විකර්ණයක් දිගේ වැටක් සෑදීමට අවශ්‍යව ඇත. සෘජුකෝණාස්‍රයේ දිග x m යැයි ගනිමු (රූපය බලන්න). වැටෙහි දිග L m යන්න $L^2 = x^2 + \dfrac{k^2}{x^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න. **ඒ නයින්**, L අවම වන්නේ $x = \sqrt{k}$ වන විට බව පෙන්වන්න.



(*a*) 5 5

$p = -4$ and $q = 1$

$\boxed{10}$

....

$$\lim_{x\to\infty} f(x) = \lim_{x\to\infty} \frac{(ax+1)(x+2)}{(x+4)(x-1)} = \lim_{x\to\infty} \frac{\left(a+\frac{1}{x}\right)\left(1+\frac{2}{x}\right)}{\left(1+\frac{4}{x}\right)\left(1-\frac{1}{x}\right)}$$

$$= a \quad 5$$

$$\therefore a = 1 \quad 5$$

$\boxed{10}$

....

$$f(x) = \frac{(x+1)(x+2)}{(x+4)(x-1)} \quad 5$$

$$\therefore f'(x) = \frac{(x+4)(x-1)(2x+3) - (x+1)(x+2)(2x+3)}{(x+4)^2(x-1)^2} \quad 5$$

$$5$$

$$= \frac{(2x+3)(\cancel{x^2} + \cancel{3x} - 4) - (\cancel{x^2} + \cancel{3x} + 2))}{(x+4)^2(x-1)^2}$$

වැරදි P, I වලදී

$f'(x)$ නිවැරදි නම්

$\frac{15}{25}$ ක් දෙන්න

$$= \frac{-6(2x+3)}{(x+4)^2(x-1)^2} \quad 5$$

$$\therefore f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{2} \quad 5$$

	$-\infty < x < -4$	$-4 < x < -\frac{3}{2}$	$-\frac{3}{2} < x < 1$	$1 < x < \infty$
Sign of $f'(x) = \frac{-2(2x+3)}{(x+4)^2(x-1)^2}$	$\frac{(-)(-)}{(+)} = (+)$ 5	$\frac{(-)(-)}{(+)} = (+)$ 5	$\frac{(-)(+)}{(+)} = (-)$ 5	$\frac{(-)(+)}{(+)} = (-)$ 5
$f(x)$	$\nearrow$	$\nearrow$	$\searrow$	$\searrow$

5 5

$(-\infty, -4)$ හා $\left(-4, -\frac{3}{2}\right]$ මත වැඩිවේ.

$\left[-\frac{3}{2}, 1\right)$ හා $(1, \infty)$ මත අඩුවේ.

$\boxed{55}$

....

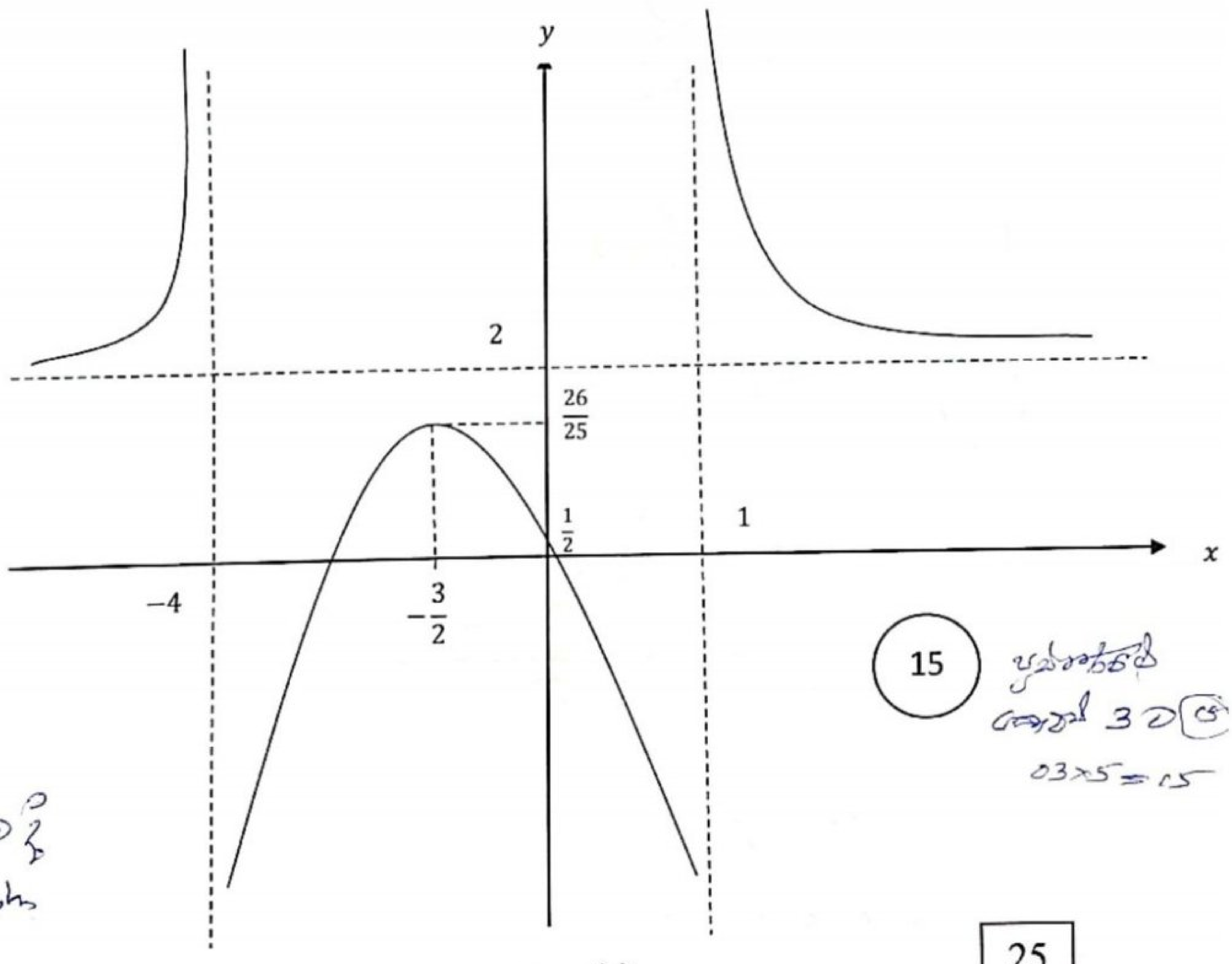
$g(x) = f(x) + 1$

හැරුම් ලක්ෂය $\left(-\frac{3}{2}, \frac{26}{25}\right)$ 5 5

$g'(x) = f'(x)$

$g\left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{26}{25}$ 5

$g(0) = \frac{1}{2}$



15

$03\times5=15$

$y = g(x)$

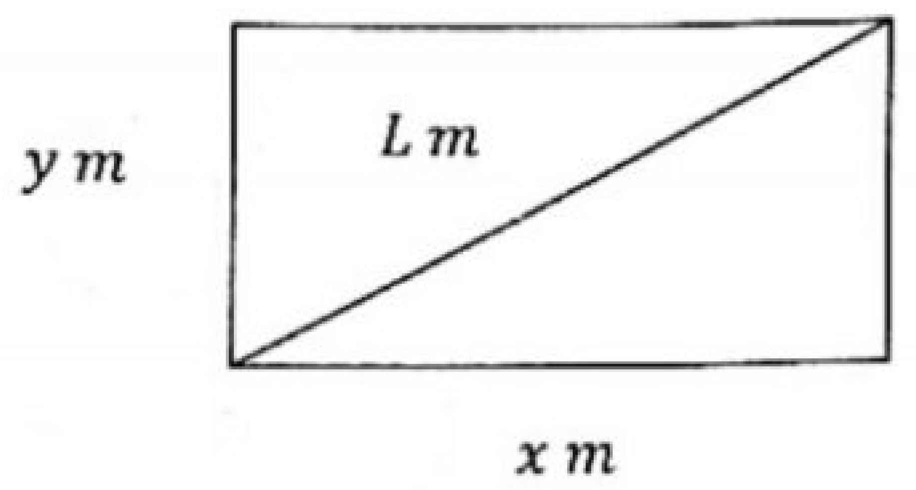
25

$g(x)$ හි පරාසය : $\left(-\infty, \frac{26}{25}\right] \cup (2, \infty)$.

5 5

10

(a)



$y = \frac{k}{x}$ 5

$L^2 = x^2 + y^2$ 5

$= x^2 + \frac{k^2}{x^2}$ 5

5 $2L\frac{dL}{dx} = 2x - \frac{2k^2}{x^3}$ 5

5 $\frac{dL}{dx} = 0 \Leftrightarrow x^4 = k^2$

$\Leftrightarrow x = \sqrt{k}$ 5

$0 < x < \sqrt{k};\ \frac{dL}{dx} < 0$

$\sqrt{k} < x < \infty;\ \frac{dL}{dx} > 0$

$x = \sqrt{k}$ විට L අවම වේ. 5

40

15. (*a*) $k \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු. $\int \frac{1}{x^2(x-k)}\,dx$ සොයන්න.

(*b*) $\int_1^{e^{\frac{\pi}{2}}} x\sin(\ln x)\,dx$ ට කොටස් වශයෙන් අනුකලනය භාවිතයෙන් හෝ අන් අයුරකින් හෝ

$\int_1^{e^{\frac{\pi}{2}}} x\{2\sin(\ln x)+\cos(\ln x)\}\,dx = e^{\pi}$ බව පෙන්වන්න.

(*c*) $k>0$ යැයි ගනිමු. $x>0$ සඳහා $\frac{d}{dx}\left\{\left(k\sqrt{x}-1\right)e^{k\sqrt{x}}\right\} = \frac{k^2}{2}e^{k\sqrt{x}}$ බව පෙන්වන්න.

$I_k = \int_1^4 e^{k\sqrt{x}}\,dx$ යැයි ද ගනිමු. $I_k = \frac{2}{k^2}\left\{(2k-1)e^{2k}-(k-1)e^k\right\}$ බව පෙන්වන්න.

S යනු $y=e^{\sqrt{x}}$, $x=1$, $x=4$ හා $y=0$ වක්‍ර මගින් ආවෘත වන පෙදෙස යැයි ගනිමු.

S හි වර්ගඵලය $2e^2$ බව පෙන්වන්න.

S පෙදෙස x-අක්ෂය වටා රේඩියන 2π වලින් භ්‍රමණය කිරීමෙන් ලැබෙන ඝන වස්තුවේ පරිමාව ද සොයන්න.

(a)

$\boxed{k \neq 0 \text{ විට}}$

$$\frac{1}{x^2(x-k)} = \frac{A}{x}+\frac{B}{x^2}+\frac{C}{x-k} \quad 10$$

පද වැරදුනට 5ක් අඩු කරන්න

$$1 = Ax(x-k)+B(x-k)+cx^2 \quad 5$$

$$1 = (A+c)x^2+(B-Ak)x-Bk$$

සංගුණක සැමකිරීමෙන්,

x^0: $\quad 1 = -Bk$

x^1: $\quad 0 = B - Ak$

x^2: $\quad 0 = A + C$

$$B = -\frac{1}{k},\ A = -\frac{1}{k^2},\ C = \frac{1}{k^2}$$

5 5 5

$$\int \frac{1}{x^2(x-k)}dx = -\frac{1}{k^2}\int \frac{1}{x}dx \; -\frac{1}{k}\int \frac{1}{x^2}dx + \frac{1}{k^2}\int \frac{1}{(x-k)}dx$$ 5

$\int \frac{1}{x^2(x-k)}dx = -\frac{1}{k^2}\ln|x| + \frac{1}{kx} + \frac{1}{k^2}\ln|x-k| + D$; මෙහි D යනු අභිමත නියතයකි. 15

[illegible] 1 - 05
2 - 10
3 - 15 [illegible]

$\boxed{k = 0 \text{ විට}}$

$\int \frac{1}{x^3}dx = \frac{x^{-2}}{-2} + c = -\frac{1}{2x^2} + D$; මෙහි D යනු අභිමත නියතයකි.

5

55

(b)

$$\int_1^{e^{\frac{\pi}{2}}} x\sin(\ln x)\,dx$$

$u = \sin(\ln(x)), \qquad dv = xdx$

$\frac{du}{dx} = \cos(\ln x)\frac{1}{x}, \qquad v = \frac{x^2}{2}.$

$$= \left[\frac{x^2}{2}\sin(\ln(x))\right]_1^{e^{\frac{\pi}{2}}} - \int_1^{e^{\frac{\pi}{2}}} \frac{x^2}{2}\cos(\ln x)\,\frac{1}{x}dx$$ 15

[illegible] 1 - 5
2 - 10
[illegible]

$$\int_1^{e^{\frac{\pi}{2}}} x\sin(\ln x)\,dx = \left[\frac{x^2}{2}\sin(\ln(x))\right]_1^{e^{\frac{\pi}{2}}} - \frac{1}{2}\int_1^{e^{\frac{\pi}{2}}} x\cos(\ln x)\,dx$$ 5

$$\frac{e^{\pi}}{2} = \int_1^{e^{\frac{\pi}{2}}} x\sin(\ln x)\,dx + \frac{1}{2}\int_1^{e^{\frac{\pi}{2}}} x\cos(\ln x)\,dx$$ 10

$$\therefore \int_1^{e^{\frac{\pi}{2}}} x\{2\sin(\ln x) + \cos(\ln x)\}dx = e^{\pi}$$ 10

40

[illegible]

(c)

$$\frac{d}{dx}\left[(k\sqrt{x}-1)e^{k\sqrt{x}}\right] = \frac{1}{2}(k\sqrt{x}-1)e^{k\sqrt{x}}\,kx^{-\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}e^{k\sqrt{x}}\,kx^{-\frac{1}{2}}$$ 10

$$= \frac{k^2}{2}e^{k\sqrt{x}}$$ 5

15

$I_k = \int_1^4 e^{k\sqrt{x}}\, dx = \frac{2}{k^2}\left[(k\sqrt{x}-1)e^{k\sqrt{x}}\right]_1^4$ 　10　or 0

$I_k = \frac{2}{k^2}\{(2k-1)e^{2k} - (k-1)e^k\}$ 　5

15

S හි වර්ගඵලය $= \int_1^4 e^{\sqrt{x}}\, dx$ 　5

$= I_1$

$= 2\{(2-1)e^2\}$

$= 2e^2$ 　5

10

අවශ්‍ය පරිමාව $= \pi \int_1^4 e^{2\sqrt{x}}\, dx$ 　10　$\pi \int_1^4 y^2\, dx$ ට 5 ක් දෙන්න.

$= \pi I_2$

$= \frac{\pi}{2}\{(4-1)e^4 - (2-1)e^2\}$

$= \frac{\pi}{2}\{3e^4 - e^2\}$ 　5

15

---

16. $m \in \mathbb{R}$ යැයි ද, l යනු m අනුක්‍රමණය ලෙස ඇතිව $A \equiv (3, 1)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන රේඛාව යැයි ද සිතමු.

l හි සමීකරණය m ඇසුරෙන් ලියා දක්වන්න.

A හරහා $S_1 \equiv 5x^2 + 5y^2 - 10x + 10y + 6 = 0$ වෘත්තයට ස්පර්ශක දෙකක් පවතින බව පෙන්වා, ඒවා අතර සුළු කෝණය සොයන්න.

B හා D යනු මෙම ස්පර්ශක $S_1 = 0$ වෘත්තය ස්පර්ශ කරන ලක්ෂ්‍ය යැයි ද, C යනු $S_1 = 0$ හි කේන්ද්‍රය යැයි ද ගනිමු.

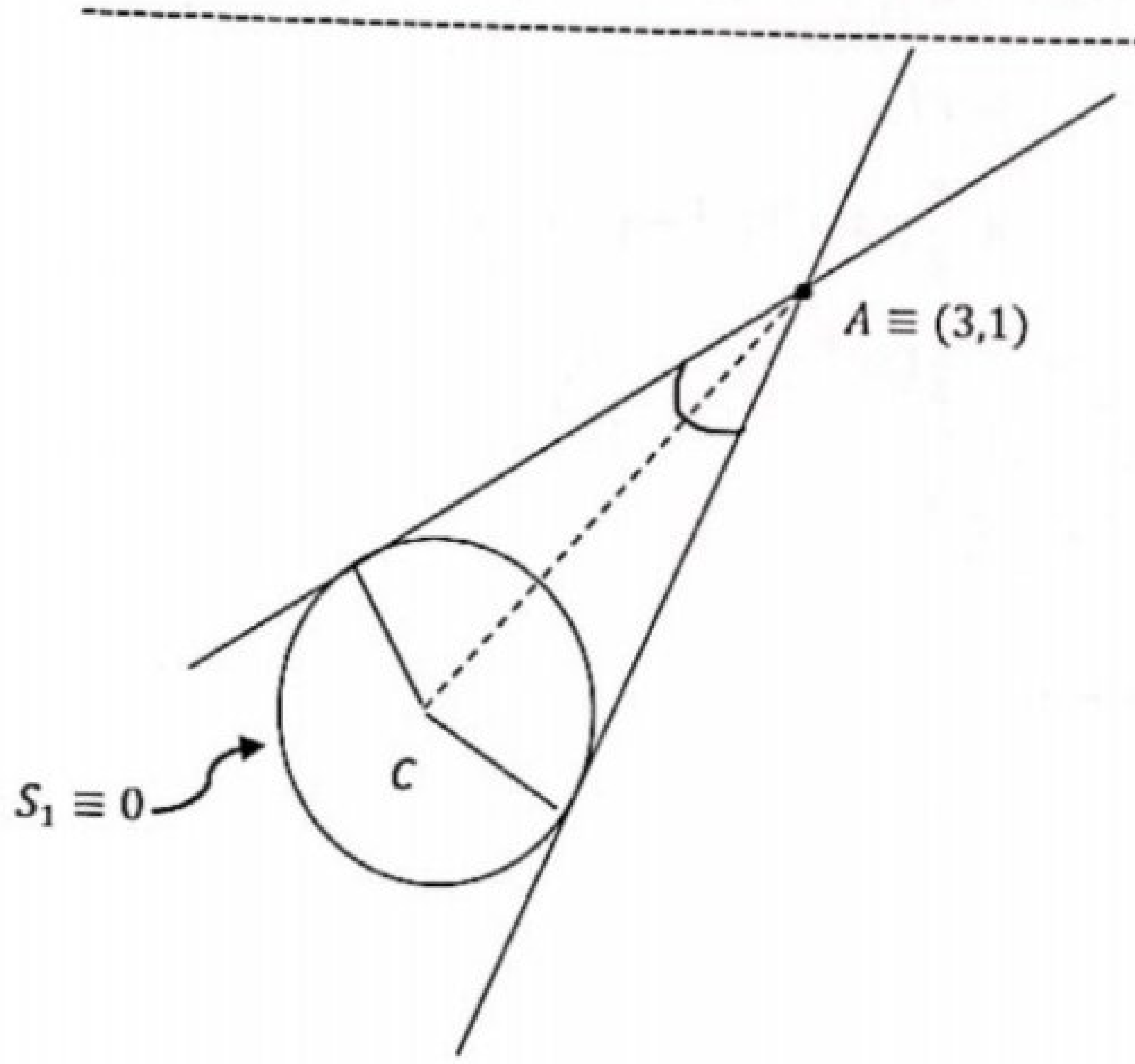
$ABCD$ යනු වෘත්ත චතුරස්‍රයක් බව පෙන්වා A, B, C හා D ලක්ෂ්‍ය හරහා යන වෘත්තයෙහි සමීකරණය සොයන්න.

BD ස්පර්ශ ජ්‍යායෙහි සමීකරණය සොයා, B හා D හරහා යන $S_1 = 0$ වෘත්තය ප්‍රලම්බව ඡේදනය කරන වෘත්තයෙහි සමීකරණය සොයන්න.

$l: y - 1 = m(x - 3) - 3)$ 10

i.e. $mx - y + 1 - 3m = 0$

$\boxed{10}$



$S_1 = 0$ යනු

$x^2 + y^2 - 2x + 2y + \frac{6}{5} = 0$ ම වේ.

$S_1 = 0$ හි කේන්ද්‍රය $(1, -1)$ 5 හා අරය $= \sqrt{2 - \frac{6}{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ 5

l රේඛාව $S_1 = 0$ ට ස්පර්ශකයක් වන්නේ

$\frac{|-1-m+3m-1|}{\sqrt{1+m^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$ ම නම් පමණි. 5

5 5

$$\Leftrightarrow \frac{|2m-2|}{\sqrt{1+m^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|m-1|}{\sqrt{1+m^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\Leftrightarrow 5(m^2-2m+1) = 1+m^2$$ 10

$$\Leftrightarrow 4m^2-10m+4 = 0$$

$$\Leftrightarrow 2m^2-5m+2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (2m-1)(m-2) = 0$$ 5

$\Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$ හෝ $m = 2$

5 5

$\therefore$ A හරහා $S_1 = 0$ වෘත්තයට ස්පර්ශ රේඛා දෙකක් ඇත. 5

55

ස්පර්ශක දෙක: $y - 2x + 5 = 0$ 5

හා

$y - \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} = 0$ වේ. 5

ඒවා අතර කෝණය α යැයි ගනිමු.

එවිට $\tan\alpha = \left|\frac{m_1-m_2}{1+m_1m_2}\right| = \frac{2-1/2}{1+1} = \frac{3}{4}$ 5

$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$. 5

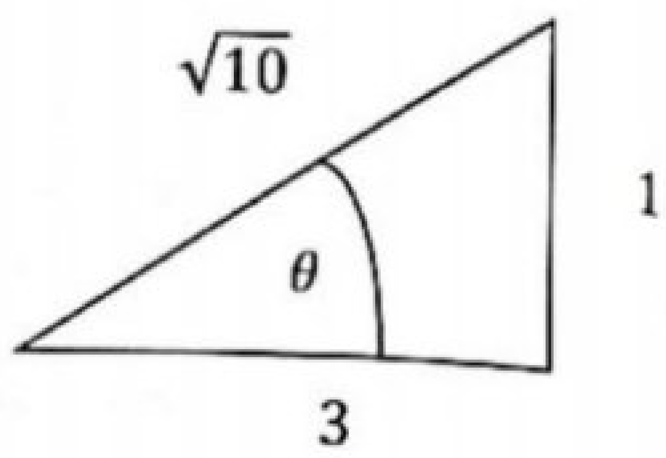
20

විකල්ප ක්‍රමය

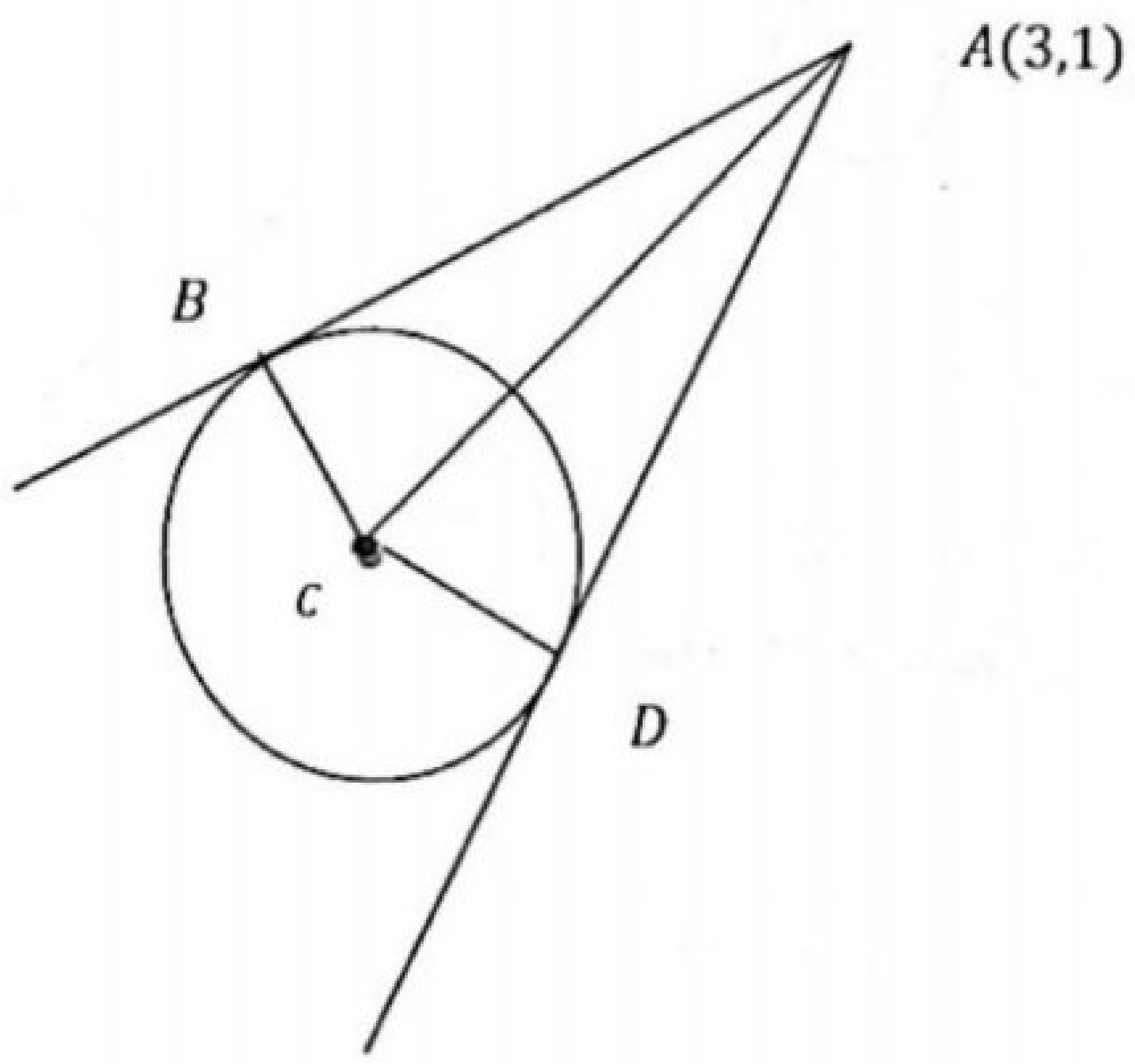
A හා C අතර දුර $= \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$ 5

$\therefore \sin\theta = \dfrac{2/\sqrt{5}}{2\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{10}}$ 10

$\therefore \alpha = 2\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right).$ 5



20



$A\hat{B}C = \frac{\pi}{2}$ and $A\hat{D}C = \frac{\pi}{2}$.

$\therefore A\hat{B}C + A\hat{D}C = \pi$ 5

$\therefore ABCD$ වෘත්ත චතුරස්‍රයකි. 5

$\therefore AC$ යනු එහි විෂ්කම්භයකි. 5

$\therefore$ අවශ්‍ය වෘත්තය,

$(x-1)(x-3) + (y+1)(y-1) = 0$ 10

i.e. $x^2 + y^2 - 4x + 2 = 0$

25

විකල්ප ක්‍රමය

කේන්ද්‍රය $\equiv (2,0)$ 5 හා අරය $= \frac{1}{2}\sqrt{8} = \sqrt{2}$ $\cancel{10}$ 5

$(x-2)^2 + y^2 = 2$ $\cancel{10}$ 5

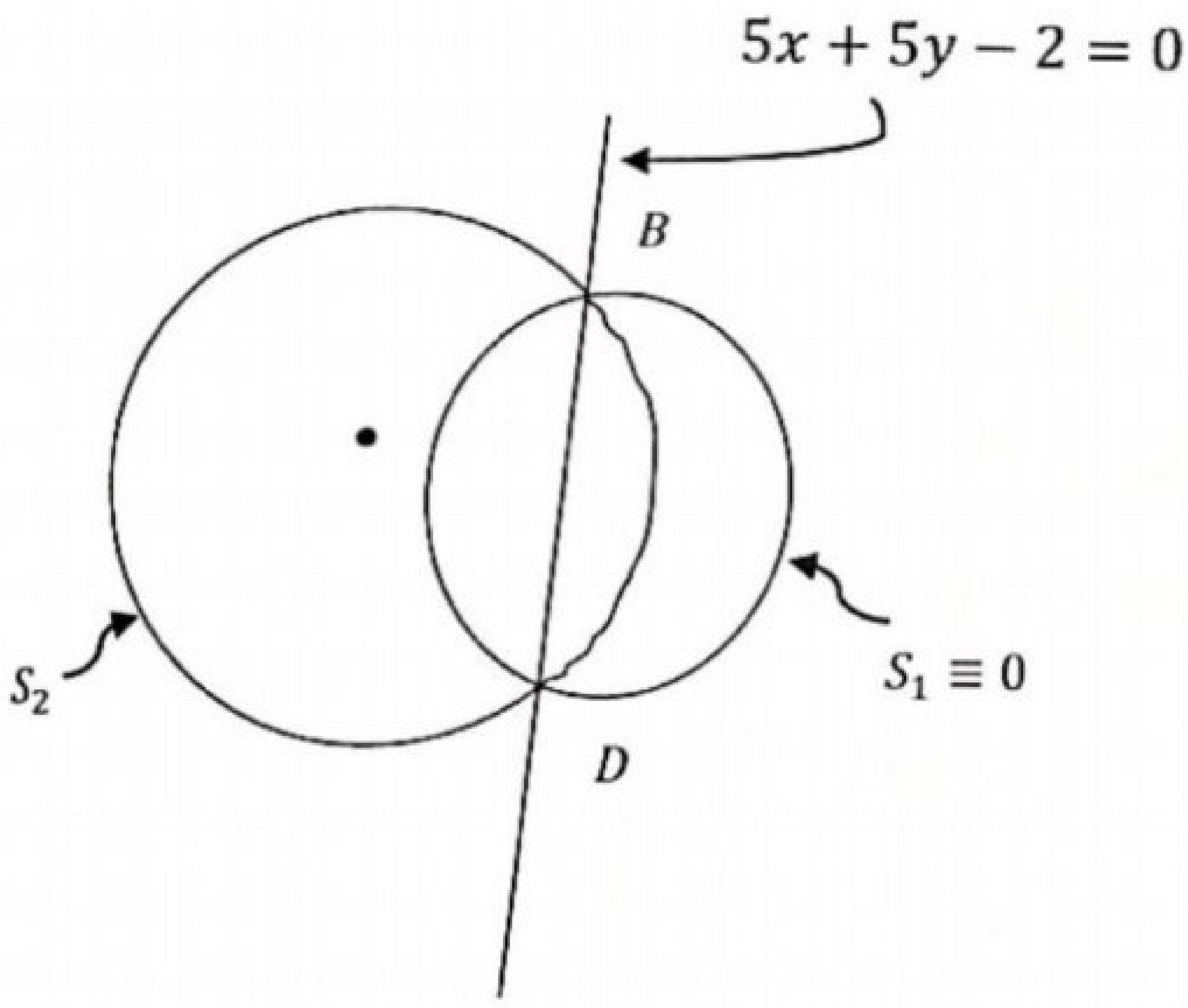
$x^2 + y^2 - 4x + 2 = 0$ $\boxed{\cancel{25}\ 15}$

....

BD හි සමීකරණය : $3x + y - (x+3) + (y+1) + \frac{6}{5} = 0$ 10

i.e. $10x + 10y - 4 = 0$

i.e. $5x + 5y - 2 = 0$



S_2 යනු අවසාන කොටස සඳහා අවශ්‍ය වෘත්තය යැයි ගනිමු.

එවිට S_2 හි කේන්ද්‍රය $A \equiv (3,1)$. 10

තවද $C = (1,-1)$

$\therefore AC = \sqrt{(3-1)^2 + (-1-1)^2} = 2\sqrt{2}$ 5

$AB = R$ යැයි ගනිමු.

$AC^2 = R^2 + BC^2$ 5

$8 = R^2 + \frac{4}{5}$

$\therefore r_2 = \frac{6}{\sqrt{5}}$ 5

$S_2: (x-3)^2 + (y-1)^2 = \frac{36}{5}$

$5x^2 + 5y^2 - 30x - 10y + 14 = 0$ 5

40

....

විකල්ප ක්‍රමය

B හා D හරහා යන වෘත්තයක සමීකරණය

$x^2 + y^2 - 2x + 2y - \frac{6}{5} + \lambda(5x + 5y - 2) \quad = 0,$ ආකාරයෙන් වේ. මෙහි $\lambda \epsilon \mathbb{R}$ 10

එනම් $x^2 + y^2 - (2 - 5\lambda)x + (2 + 5\lambda)y - \frac{6}{5} - 2\lambda = 0$ වේ.

$S_2 \equiv 0$ වෘත්තය $S_1 = 0$ ප්‍රලම්බව ඡේදනය කරයි.

$$\Leftrightarrow 2(-1)\left(\frac{-(2-5\lambda)}{2}\right) + 2(1)\left(\frac{2+5\lambda}{2}\right) = \frac{6}{5} + \frac{6}{5} - 2\lambda$$ 10

$$\Leftrightarrow 2 - 5\lambda + 2 + 5\lambda = \frac{12}{5} - 2\lambda$$

$$\Leftrightarrow 2\lambda = -\frac{8}{5}$$

$$\Leftrightarrow \lambda \ = -\frac{4}{5}$$ 5

$\therefore S_2$ හි සමීකරණය

$x^2 + y^2 - 6x - 2y + \frac{14}{5} \ = 0$ 5

30

....

17. (*a*) $\theta \in \mathbb{R}$ සඳහා $\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ බව පෙන්වන්න.

$\cos^2 x - 1 = \sin^2 x + 3\cos x$ සමීකරණය තෘප්ත කරන $[0, 2\pi)$ ප්‍රාන්තරය තුළ වූ සියලුම x හි අගයන් සොයන්න.

(*b*) ABC ත්‍රිකෝණයක් යැයි ගනිමු. සුපුරුදු අංකනයෙන් $A + B + C = \pi$ යන ප්‍රතිඵලය භාවිතයෙන්

$\sin\left(\frac{B+C}{2}\right) = \cos\frac{A}{2}$ හා $\cos\left(\frac{B+C}{2}\right) = \sin\frac{A}{2}$ බව පෙන්වන්න.

$\tan\frac{B}{2} + \tan\frac{C}{2} = \cos\frac{A}{2}\sec\frac{B}{2}\sec\frac{C}{2}$ හා $1 - \tan\frac{B}{2}\tan\frac{C}{2} = \sin\frac{A}{2}\sec\frac{B}{2}\sec\frac{C}{2}$ බව **අපෝහනය** කරන්න.

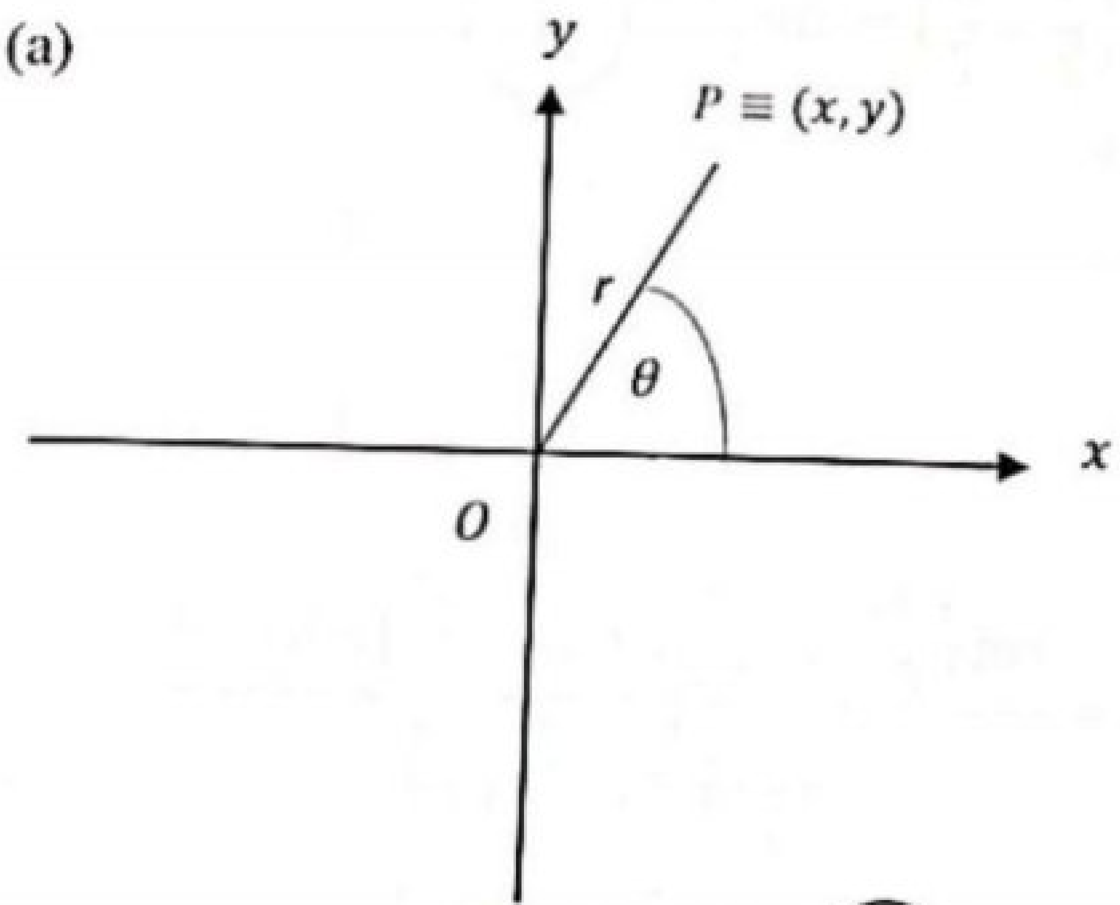
ඒ නයින්, $\tan\frac{A}{2}\tan\frac{B}{2} + \tan\frac{B}{2}\tan\frac{C}{2} + \tan\frac{C}{2}\tan\frac{A}{2} = 1$ බව පෙන්වන්න.

(*c*) $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $\tan^{-1}(2x) + \tan^{-1}(3x) = \frac{3\pi}{4}$ විසඳන්න.

$\cos(\theta - \theta) = 1$

$\cos^2\theta + \sin^2\theta = 1$ (20)

(a)



$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\cos\theta = \frac{x}{r}$ (5)

$\sin\theta = \frac{y}{r}$ (5)

$\therefore \cos^2\theta + \sin^2\theta = \frac{x^2}{r^2} + \frac{y^2}{r^2}$ (5)

$= \frac{x^2+y^2}{r^2} = 1$ (5)

(ඒකක වෘත්තය: $r = 1$)

(15)

$\boxed{20}$

$\cos^2 x - 1 = \sin^2 x + 3\cos x$

$\cos^2 x - 1 = 1 - \cos^2 x + 3\cos x$ (5)

$2\cos^2 x - 3\cos x - 2 \quad = 0$

$(2\cos x + 1)(\cos x - 2) = 0$ 5

5 $\cos x = -\frac{1}{2}$ or $\cancel{\cos x = 2}$

$= \cos\frac{2\pi}{3}$

$x = 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}$; $n\epsilon$ 10

$x = \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}$ 5

30

(b)

$$\sin\left(\frac{B+C}{2}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}\right) = \cos\left(\frac{A}{2}\right)$$ 5

5

$$\cos\left(\frac{B+C}{2}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{A}{2}\right) = \sin\left(\frac{A}{2}\right)$$ 5

5

20

$$\tan\left(\frac{B}{2}\right) + \tan\left(\frac{C}{2}\right) = \frac{\sin\left(\frac{B}{2}\right)\cos\left(\frac{C}{2}\right) + \cos\left(\frac{B}{2}\right)\sin\left(\frac{C}{2}\right)}{\cos\left(\frac{B}{2}\right)\cos\left(\frac{C}{2}\right)}$$ 5

$$= \frac{\sin\left(\frac{B+C}{2}\right)}{\cos\left(\frac{B}{2}\right)\cos\left(\frac{C}{2}\right)}$$ 5

$$= \cos\left(\frac{A}{2}\right)\sec\left(\frac{B}{2}\right)\sec\left(\frac{C}{2}\right)$$ 5

$$1 - \tan\left(\frac{B}{2}\right)\tan\left(\frac{C}{2}\right) = \frac{\cos\left(\frac{B}{2}\right)\cos\left(\frac{C}{2}\right) - \sin\left(\frac{B}{2}\right)\sin\left(\frac{C}{2}\right)}{\cos\left(\frac{B}{2}\right)\cos\left(\frac{C}{2}\right)}$$ 5

~~5~~

$$= \frac{\cos\left(\frac{B+C}{2}\right)}{\cos\left(\frac{B}{2}\right)\cos\left(\frac{C}{2}\right)} \quad 5$$

$$= \sin\left(\frac{A}{2}\right)\sec\left(\frac{B}{2}\right)\sec\left(\frac{C}{2}\right) \quad 5$$

30

$$\tan\left(\frac{A}{2}\right)\tan\left(\frac{B}{2}\right)+\tan\left(\frac{B}{2}\right)\tan\left(\frac{C}{2}\right)+\tan\left(\frac{C}{2}\right)\tan\left(\frac{A}{2}\right)$$

$$= \tan\left(\frac{A}{2}\right)\left(\tan\left(\frac{B}{2}\right)+\tan\left(\frac{C}{2}\right)\right)+\tan\left(\frac{B}{2}\right)\tan\left(\frac{C}{2}\right)$$

$$= \underbrace{\tan\left(\frac{A}{2}\right)\cos\left(\frac{A}{2}\right)\sec\left(\frac{B}{2}\right)}\sec\left(\frac{C}{2}\right)+\tan\left(\frac{B}{2}\right)\tan\left(\frac{C}{2}\right) \quad 5$$

$$= \sin\left(\frac{A}{2}\right)\sec\left(\frac{B}{2}\right)\sec\left(\frac{C}{2}\right)+\tan\left(\frac{B}{2}\right)\tan\left(\frac{C}{2}\right) \quad 5$$

$$= 1-\tan\left(\frac{B}{2}\right)\tan\left(\frac{C}{2}\right)+\tan\left(\frac{B}{2}\right)\tan\left(\frac{C}{2}\right)$$

$$= 1 \quad 5$$

15

(c)

$$\underbrace{\tan^{-1}(2x)}_{\alpha}+\underbrace{\tan^{-1}(3x)}_{\beta}=\frac{3\pi}{4}$$

$\tan\alpha = 2x$ and $\tan\beta = 3x$ 5

$\alpha+\beta = \frac{3\pi}{4}$ 5

$\tan(\alpha+\beta) = \tan\frac{3\pi}{4}$ 5

$$\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta} = \tan\frac{3\pi}{4}$$

$$\frac{\tan\alpha+\tan\beta}{1-\tan\alpha\tan\beta} = -1$$

$\frac{2x+3x}{1-6x^2} = -1$ 5

$6x^2 - 5x - 1 = 0$

$(6x+1)(x-1) = 0$ 5

$x = -\frac{1}{6}$ හෝ $x = 1$ 5

$x = -\frac{1}{6}$ සමීකරණය තෘප්ත නො කරයි. ← [illegible]

$x = 1$ සමීකරණය තෘප්ත කරයි. ← [illegible]

$\therefore x = 1$ 5

35

....

CamScanner

AL API

PAPERS GROUP

සියලු ම හිමිකම් ඇවිරිණි.

රහස්‍ය ලේඛනයකි.

ශ්‍රී ලංකා විභාග දෙපාර්තමේන්තුව

අ.පො.ස. (උ.පෙළ) විභාගය - 2023(2024)

10 - සංයුක්ත ගණිතය II

ලකුණු දීමේ පටිපාටිය

12120000188110032

මෙය උත්තරපත්‍ර පරීක්ෂකවරුන්ගේ ප්‍රයෝජනය සඳහා සකස් කෙරිණි.
ප්‍රධාන/ සහකාර පරීක්ෂක රැස්වීමේ දී ඉදිරිපත්වන අදහස් අනුව මෙහි වෙනස්කම් කරනු ලැබේ.

අවසන් සංශෝධන ඇතුළත් කළ යුතුව ඇත.

G. C. E (Advanced Level) Examination – 2023 (2024)

10 - Combined Mathematics II

Distribution of Marks

Paper I

Part A	= 10×25	=	250
Part B	= 05×150	=	750

Total = $\dfrac{1000}{10}$

Final marks = **100**

Common Techniques of Marking Answer Scripts.

It is compulsory to adhere to the following standard method in marking answer scripts and entering marks into the mark sheets.

1. Use a red color ball point pen for marking. (Only Chief/Additional Chief Examiner may use a mauve color pen.)
2. Note down Examiner's Code Number and initials on the front page of each answer script.
3. Write off any numerals written wrong with a clear single line and authenticate the alterations with Examiner's initials.
4. Write down marks of each subsection in a $\triangle$ and write the final marks of each question as a rational number in a $\square$ with the question number. Use the column assigned for Examiners to write down marks.

Example: **Question No. 03**

(i) .... √ $\frac{4}{5}$

(ii) .... √ $\frac{3}{5}$

(iii) .... √ $\frac{3}{5}$

03 (i) $\frac{4}{5}$ + (ii) $\frac{3}{5}$ + (iii) $\frac{3}{5}$ = $\boxed{\frac{10}{15}}$

MCQ answer scripts: (Template)

1. Marking templets for G.C.E.(A/L) and GIT examination will be provided by the Department of Examinations itself. Marking examiners bear the responsibility of using correctly prepared and certified templates.
2. Then, check the answer scripts carefully. If there are more than one or no answers Marked to a certain question write off the options with a line. Sometimes candidates may have erased an option marked previously and selected another option. In such occasions, if the erasure is not clear write off those options too.
3. Place the template on the answer script correctly. Mark the right answers with a 'V' and the wrong answers with a 'X' against the options column. Write down the number of correct answers inside the cage given under each column. Then, add those numbers and write the number of correct answers in the relevant cage.

0002925

Structured essay type and assay type answer scripts:

1. Cross off any pages left blank by candidates. Underline wrong or unsuitable answers. Show areas where marks can be offered with check marks.

2. Use the right margin of the overland paper to write down the marks.
3. Write down the marks given for each question against the question number in the relevant cage on the front page in two digits. Selection of questions should be in accordance with the instructions given in the question paper. Mark all answers and transfer the marks to the front page, and write off answers with lower marks if extra questions have been answered against instructions.

4. Add the total carefully and write in the relevant cage on the front page. Turn pages of answer script and add all the marks given for all answers again. Check whether that total tallies with the total marks written on the front page.

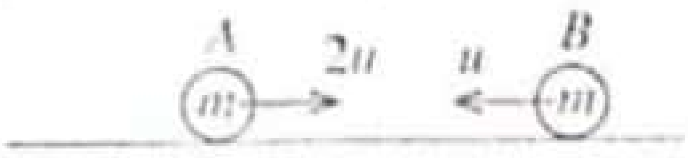
Preparation of Mark Sheets.

Except for the subjects with a single question paper, final marks of two papers will not be calculated within the evaluation board this time. Therefore, add separate mark sheets for each of the question paper. Write paper 01 marks in the paper 01 column of the mark sheet and write them in words too. Write paper II Marks in the paper II Column and wright the relevant details.

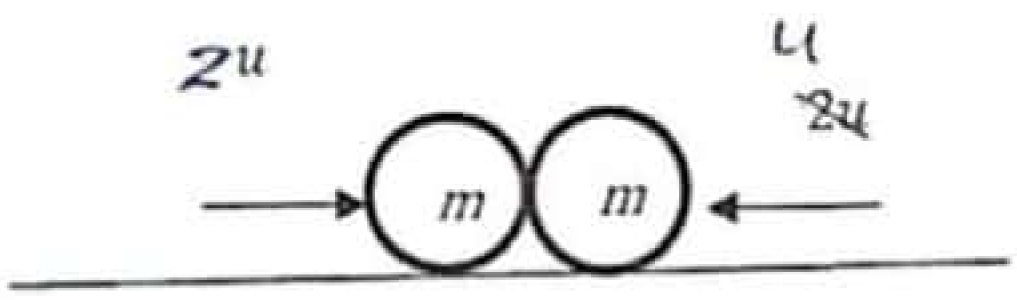
***

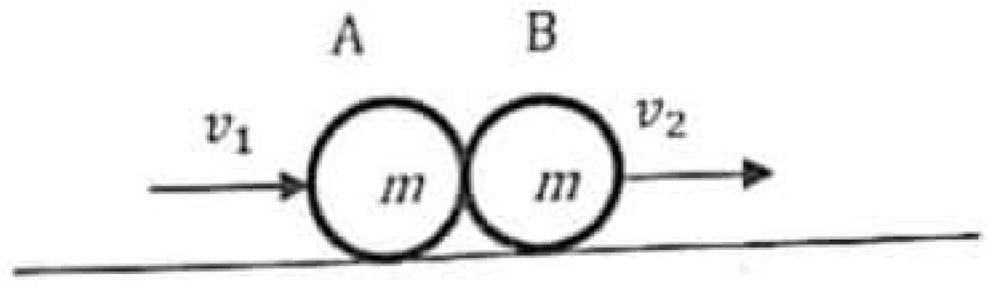
10120000188110032

1. සුමට තිරස් මේසයක් මත එකම සරල රේඛාවක් දිගේ පිළිවෙළින් $2u$ හා u වේගවලින් එකිනෙකා දෙසට චලනය වන, එක එකෙහි ස්කන්ධය m වූ A හා B අංශු දෙකක් සරල ලෙස ගැටේ.



A හා B අතර ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය e වේ. ගැටුමෙන් පසු A හා B හි ප්‍රවේග සොයා, $e = \frac{1}{3}$ නම්, ගැටුමෙන් පසු A නිශ්චලතාවයට පැමිණෙන බව පෙන්වන්න.





ආවේගය $\underline{I} = \Delta m\underline{v}$: $\longrightarrow$

$0 = mv_1 + mv_2 - (2mu - mu)$ (5)

$v_1 + v_2 = u$ ---------------------(1)

නිව්ටන්ගේ පරීක්ෂණාත්මක නියමය.

$v_2 - v_1 = e(2u + u)$ (5)

$v_2 - v_1 = 3eu$ ---------------------(2)

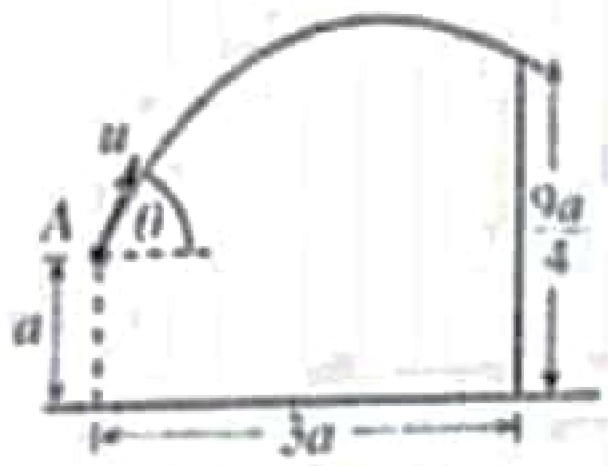
(1) & (2) $\Rightarrow v_1 = \frac{1}{2}(1 - 3e)u$ (5)

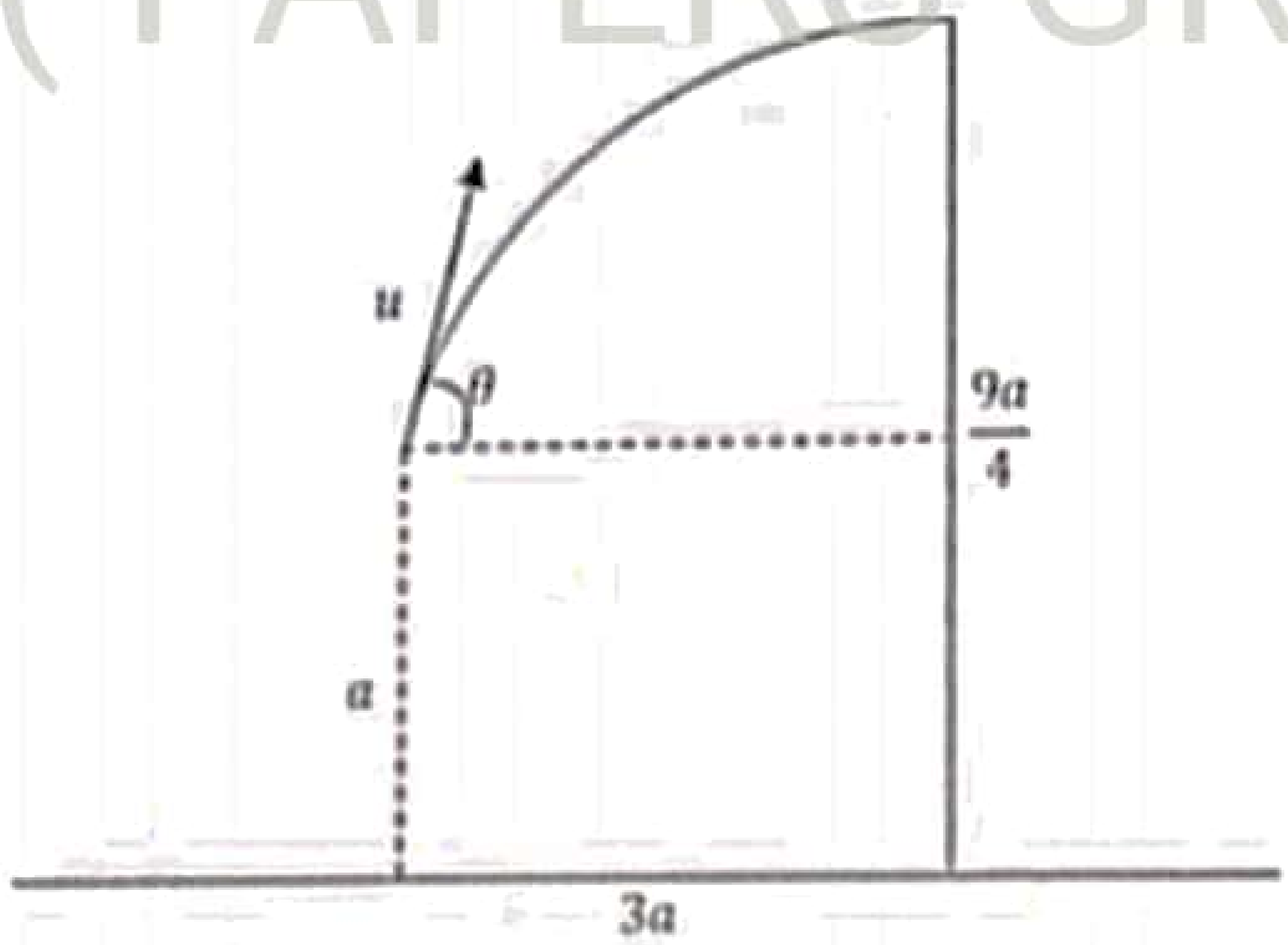
$v_2 = \frac{1}{2}(1 + 3e)u$ (5)

$e = \frac{1}{3} \Rightarrow v_1 = 0$ (5)

0002923

2. තිරස් පොළොවේ සිට a උසක් ඉහළින් වූ A ලක්ෂ්‍යයක සිට තිරසට $\theta\left(0<\theta<\frac{\pi}{2}\right)$ කෝණයකින් $u=3\sqrt{\frac{ga}{2}}$ ආරම්භක ප්‍රවේගයකින් අංශුවක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. එය, A සිට $3a$ තිරස් දුරකින් පිහිටා ඇති, උස $\frac{9a}{4}$ වූ සිරස් තාප්පයක් ගෑවී නොගෑවී පසුකර යයි. (රූපය බලන්න.)
$\theta=\tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$ බව පෙන්වන්න.





$s=ut+\frac{1}{2}at^2$: $\rightarrow$ $3a=u\cos\theta . t$ 5

$\uparrow$ $\frac{5a}{4}=u\sin\theta . t-\frac{1}{2}gt^2$ 5

$$\therefore \frac{5a}{4}=u\sin\theta\cdot\frac{3a}{u\cos\theta}-\frac{1}{2}g\frac{9a^2}{u^2\cos^2\theta}$$

$$\frac{5a}{4}=3a\tan\theta-9a(1+\tan^2\theta)$$ 5

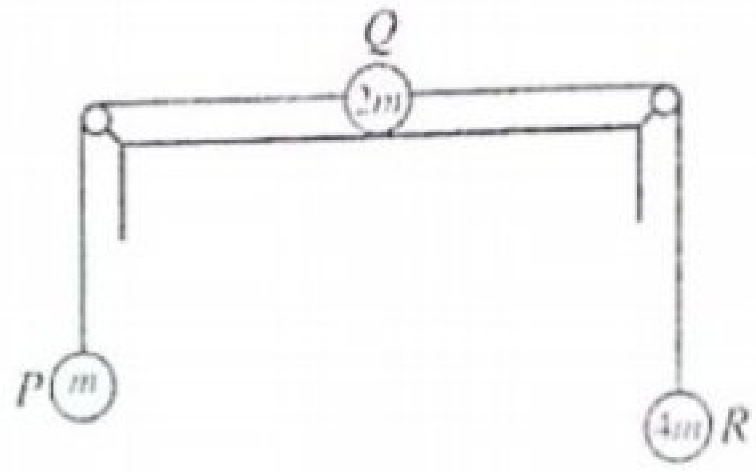
$$4\tan^2\theta-12\tan\theta+9=0$$

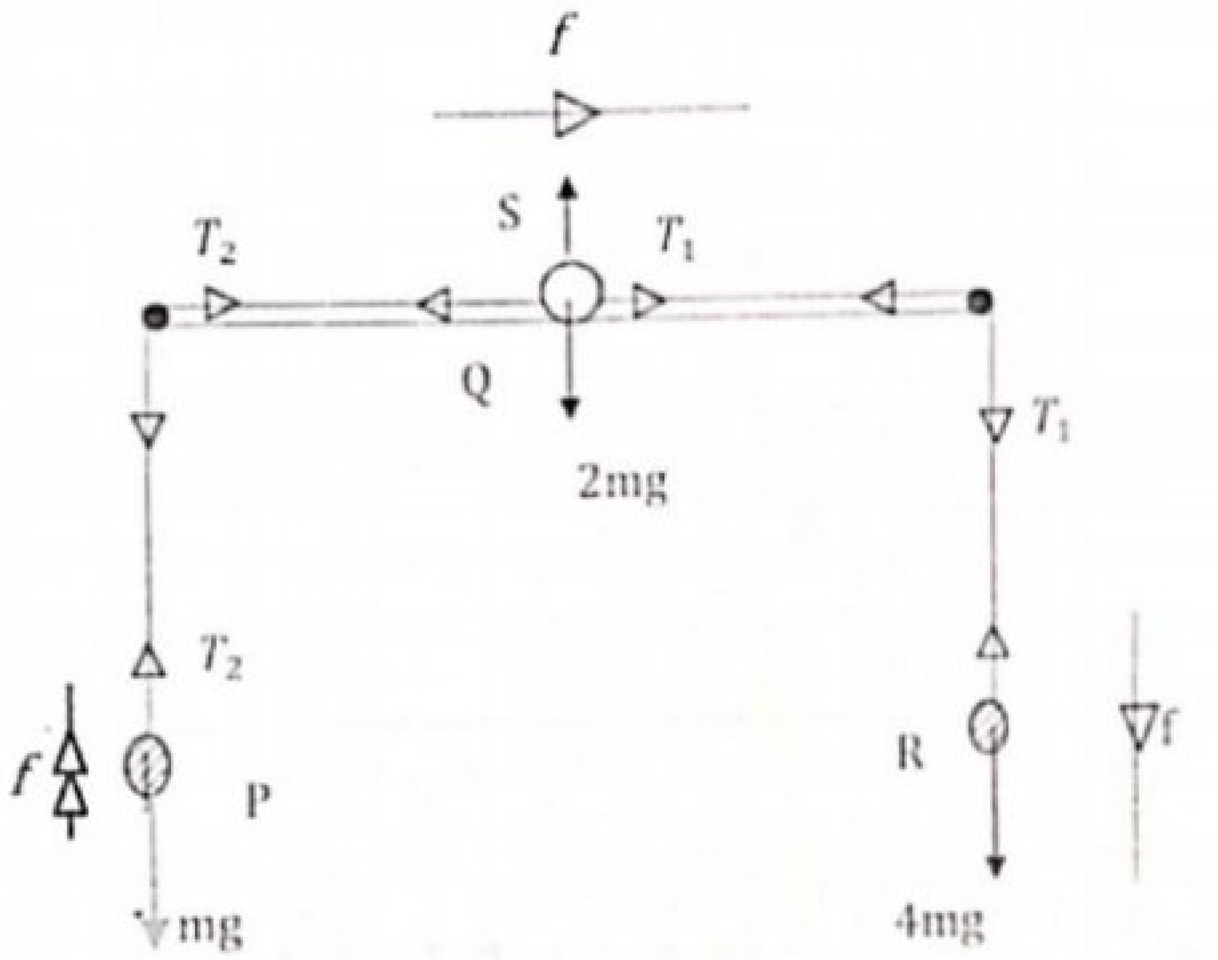
$$(2\tan\theta-3)^2=0$$ 5

$$\therefore \tan\theta=\frac{3}{2}$$

$$\theta=\tan^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)$$ 5

3. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, ස්කන්ධ පිළිවෙළින් m, $2m$ හා $4m$ වූ P, Q හා R අංශු තුනක් සුමට තිරස් මේසයක දාර දෙකක සවිකර ඇති කුඩා සුමට කප්පි දෙකක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තු දෙකක් මගින් යා කර ඇත. තන්තු තදව ඇතිව පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදාහරිනු ලැබේ. R හි ත්වරණය නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සමීකරණ ලබාගන්න.





5 P, Q, හා R මත සියලුම බල සඳහා.

5 සමාන ත්වරණ සඳහා.

$\underline{F} = m\underline{a}$:

P ↑ $T_2 - mg = mf$ 5

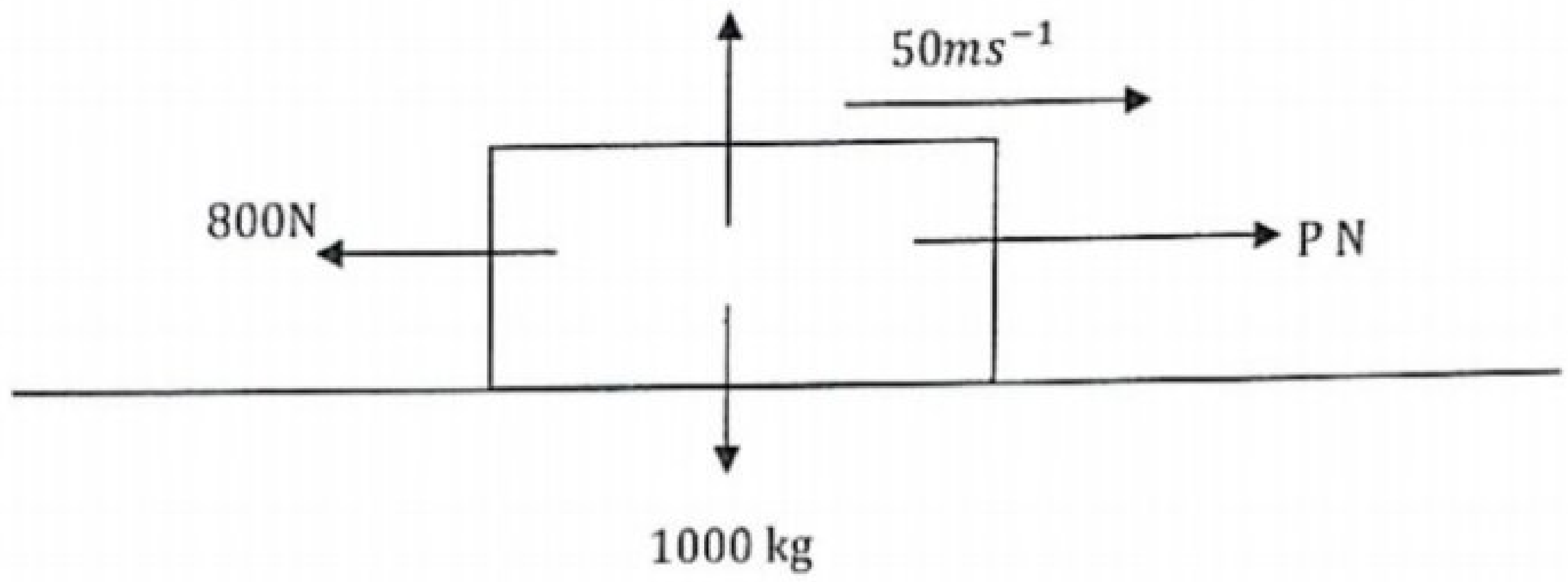
R ↓ $4mg - T_1 = 4mf$ 5

$T_2 - T_1 + 3mg = 5mf$

Q → $T_1 - T_2 = mf$ 5

0002921

4. ස්කන්ධය 1000 kg වූ වෑන් රථයක් 800 N විශාලත්වයකින් යුත් නියත ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව සෘජු තිරස් මාර්ගයක් දිගේ ගමන් කරයි. 50 m s^{-1} ක නියත වේගයකින් ගමන් කරමින් තිබෙන විට වෑන් රථයෙහි එන්ජිමේ ජවය සොයන්න.
දැන්, වෑන් රථය $(800 + 4v)$ N ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව වෙනත් සෘජු තිරස් මාර්ගයක් දිගේ ගමන් කරයි. මෙහි v m s^{-1} යනු වෑන් රථයෙහි වේගය වේ. වෑන් රථයෙහි එන්ජිම එම ජවයෙන්ම ක්‍රියා කරන්නේ නම්, එහි වේගය 20 m s^{-1} වන මොහොතේදී වෑන් රථයේ ත්වරණය සොයන්න.



$\rightarrow \underline{F} = m\underline{a}$: $\quad P - 800 = 0$ (5)

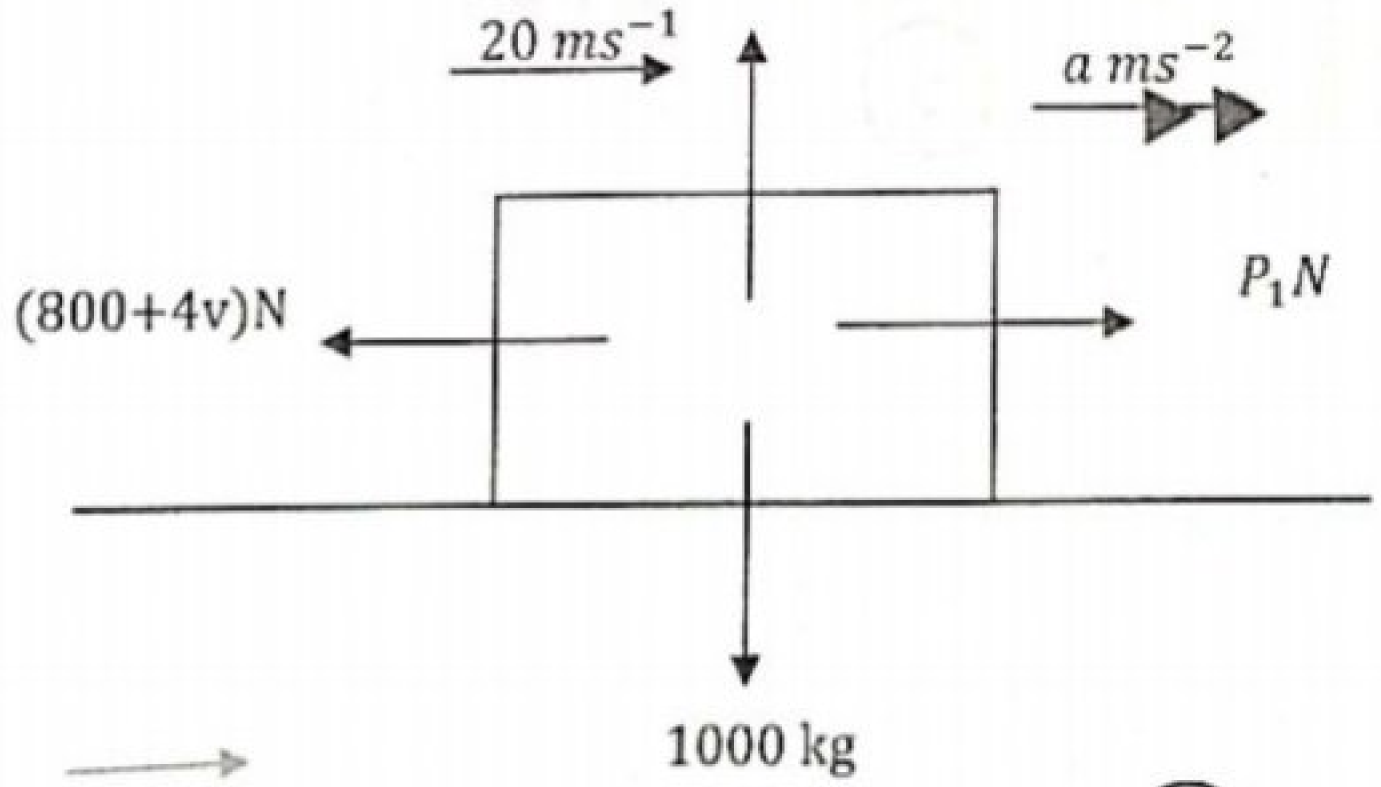
$\therefore P = 800$

ජවය $= P \times 50\ W$

$= 800 \times 50\ W$ (5)

$= 40000\ W$

$= 40\ kW$



$\rightarrow$

$\underline{F} = m\underline{a}$: $P_1 - (800 + 4v) = 1000a$ (5)

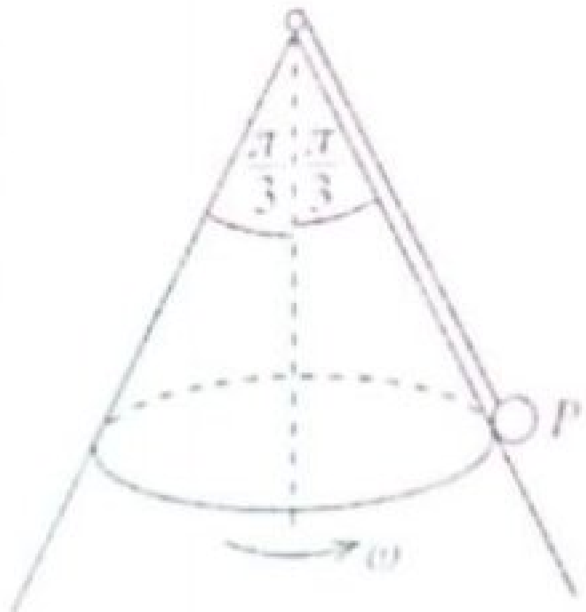
$\therefore P_1 = (800 + 80) + 1000a$

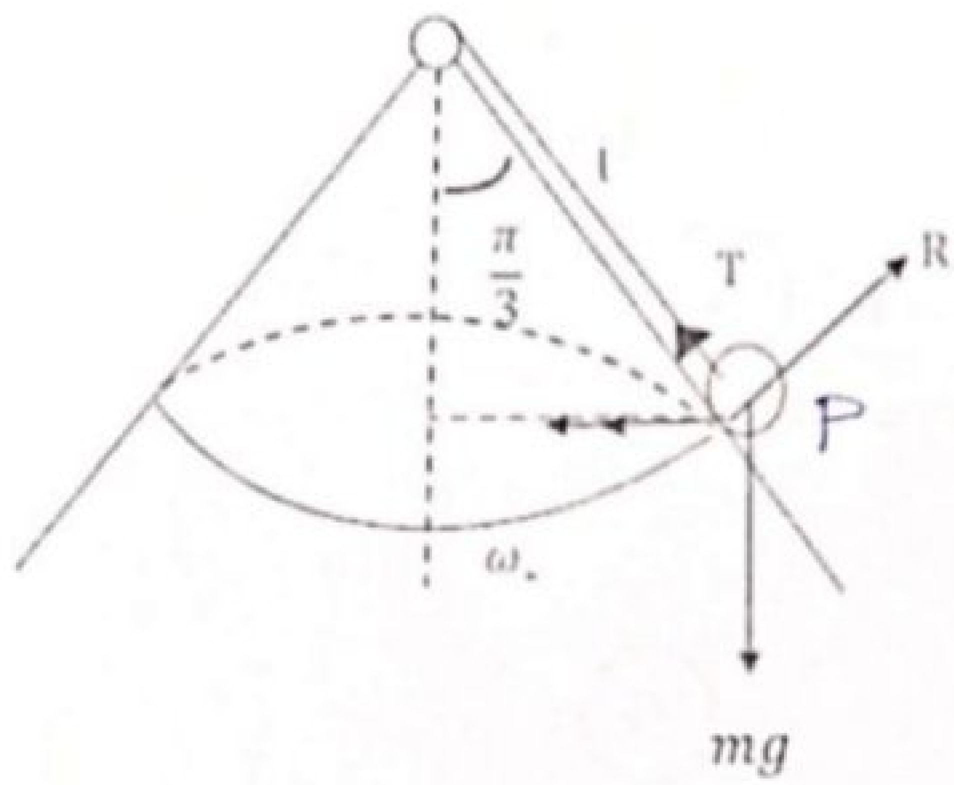
තවද, $\quad P_1 \times 20 = 40000$ (5)

$880 + 1000a = 2000$

$a = 1.12$ (5)

5. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක්, දිග l වූ සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක් මගින් අචල සුමට සෘජු වෘත්තාකාර කේතුවක ශීර්ෂයට යා කර ඇත. කේතුවේ අඩ-සිරස් කෝණය $\frac{\pi}{3}$ ක් ද කේතුවේ අක්ෂය සිරස් ද වේ. (රූපය බලන්න.) P අංශුව කේතුවේ පෘෂ්ඨය මත තිරස් වෘත්තයක $\omega = \sqrt{\frac{2g}{l}}$ කෝණික වේගයකින් චලනය වෙමින් ඇත. තන්තුවේ ආතතිය සොයන්න.





5 P මත බල සඳහා

$\underline{F} = m\underline{a}$: $T - mg\cos\frac{\pi}{3} = m\left(l\sin\frac{\pi}{3}\right)\omega^2\cos\frac{\pi}{6}$ 5

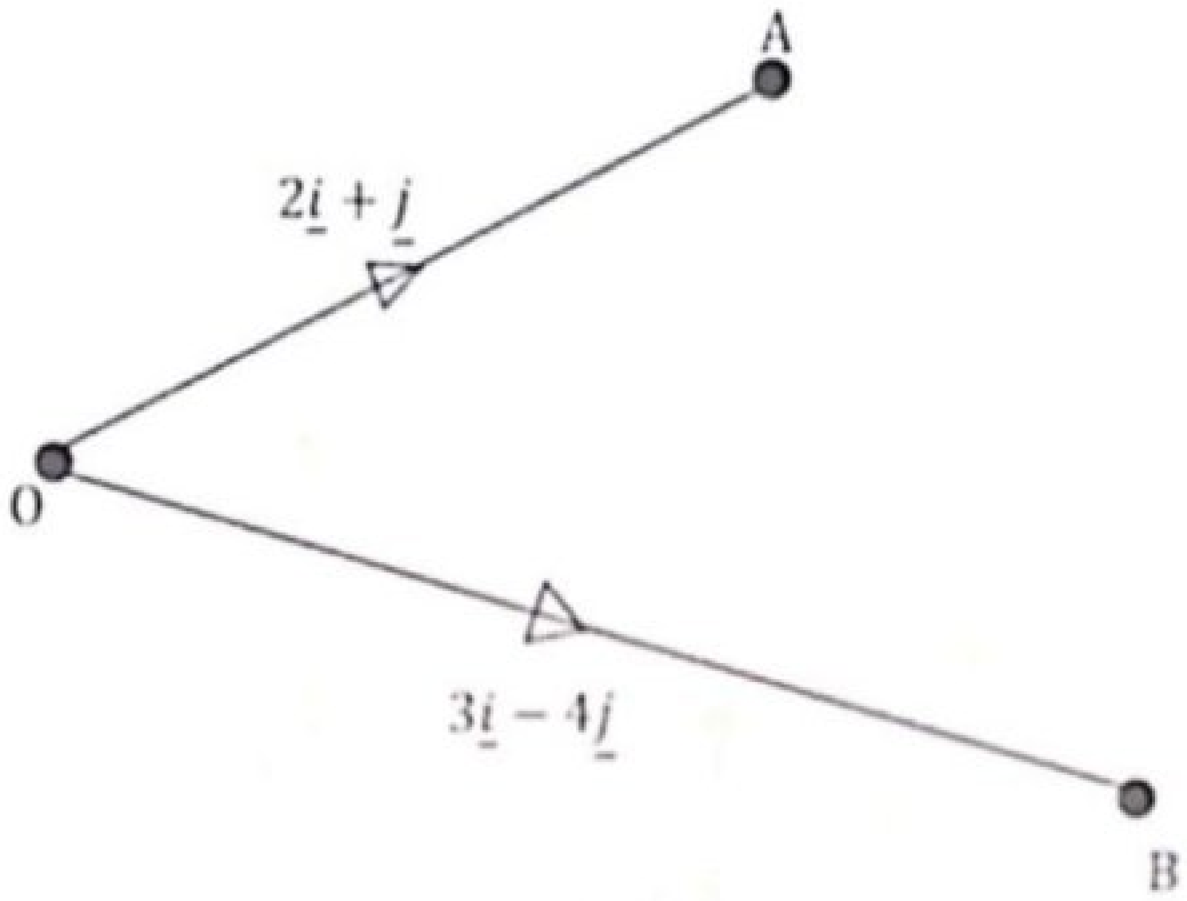
5 5

$$T = \frac{mg}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}ml.\omega^2\frac{\sqrt{3}}{2}$$

5

$$= \frac{mg}{2} + \frac{3}{4}ml\omega^2 = \frac{mg}{2} + \frac{3}{4}m.2g = 2mg.$$

6. සුපුරුදු අංකනයෙන්, O අචල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $2\mathbf{i}+\mathbf{j}$ හා $3\mathbf{i}-4\mathbf{j}$ යැයි ගනිමු. $2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{OC}$ වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය C යැයි ගනිමු. $\mathbf{i}$ හා $\mathbf{j}$ ඇසුරෙන් $\overrightarrow{OC}$ සොයා, $\overrightarrow{OC}$ දිශාවට වූ ඒකක දෛශිකය $\mathbf{i}$ හා $\mathbf{j}$ ඇසුරෙන් සොයන්න.



Let $\overrightarrow{OC}=\underline{c}$.

$$2\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{BC}=2\overrightarrow{OC}$$

$$\underbrace{2\left(2\underline{i}+\underline{j}\right)}_{5}+\underbrace{\underline{c}-\left(3\underline{i}-4\underline{j}\right)}_{5}=2\underline{c}. \quad 5 \leftarrow \text{[illegible]}$$

$$\underline{c}=\left(4\underline{i}+2\underline{j}\right)-\left(3\underline{i}-4\underline{j}\right) \quad 5 \leftarrow \underline{c} \text{ ලබා ගැනීමට}$$

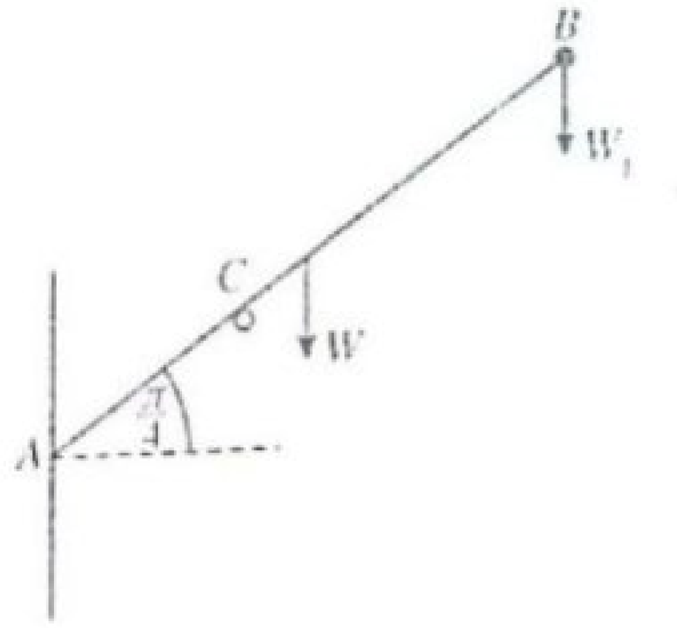
$$=\underline{i}+6\underline{j}.$$

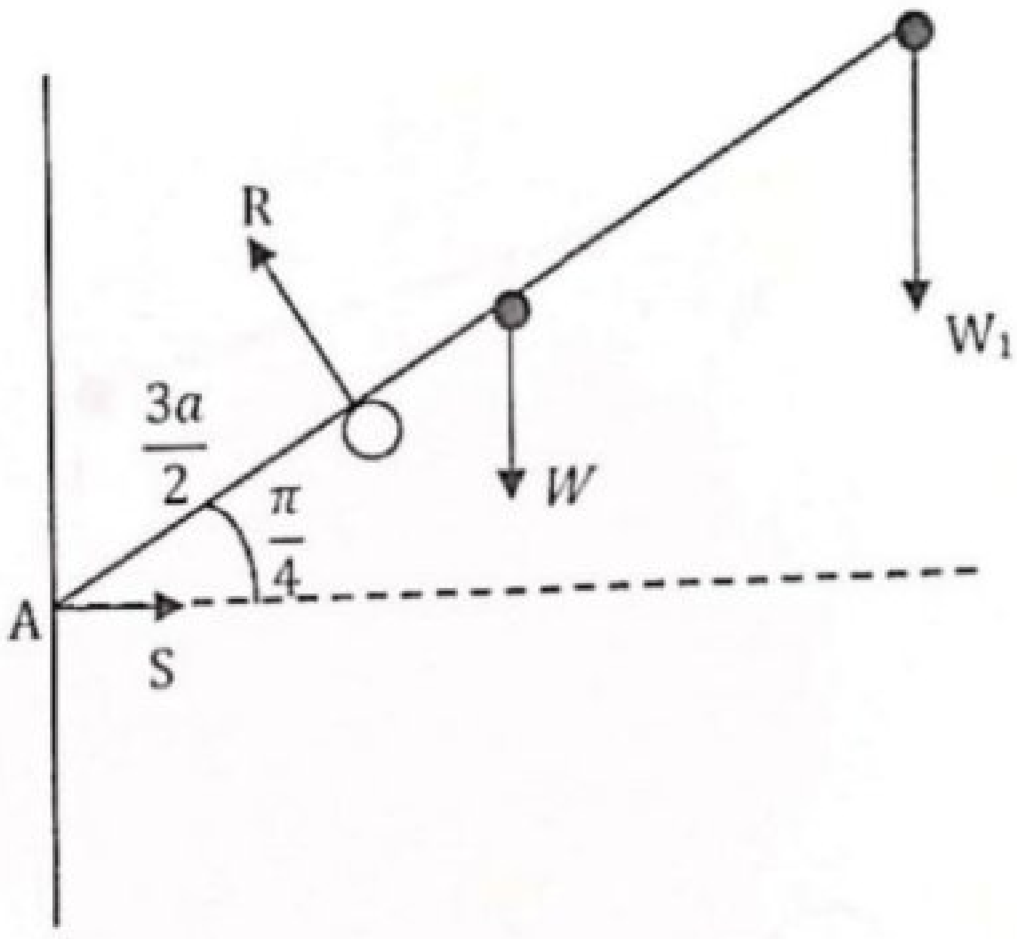
$\overrightarrow{OC}$ දිශාවට ඒකක දෛශිකය

$$\frac{\underline{i}+6\underline{j}}{\sqrt{1^2+6^2}}=\frac{1}{\sqrt{37}}\left(\underline{i}+6\underline{j}\right).$$

5

7. දිග $4a$ හා බර W වූ AB ඒකාකාර දණ්ඩක් එහි A කෙළවර සුමට සිරස් බිත්තියකට එරෙහිව තබා ඇත. $AC = \frac{3a}{2}$ වන පරිදි දණ්ඩ මත වූ C ලක්ෂ්‍යයෙහිදී වූ නාදැත්තක් මත දණ්ඩ තබා ඇත. බර W_1 වූ අංශුවක් දණ්ඩෙහි අනෙක් කෙළවර වූ B ට සවි කර ඇත. රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, දණ්ඩ තිරස සමග $\frac{\pi}{4}$ කෝණයක් සාදයි. දණ්ඩ සමතුලිතතාවයේ ඇත. $W_1 = W$ බව පෙන්වන්න.





5 R, S බල සඳහා

$$\overset{\frown}{A} \quad R \times \frac{3a}{2} = W\, 2a \cos\frac{\pi}{4} + W_1 \times 4a \cos\frac{\pi}{4} \quad 10 \leftarrow$$ 0/ → 05

$$R = \frac{2}{3}\left(W \times \frac{2}{\sqrt{2}} + W_1 \times \frac{4a}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\uparrow \quad R \cos\frac{\pi}{4} = W + W_1 . \quad 5$$

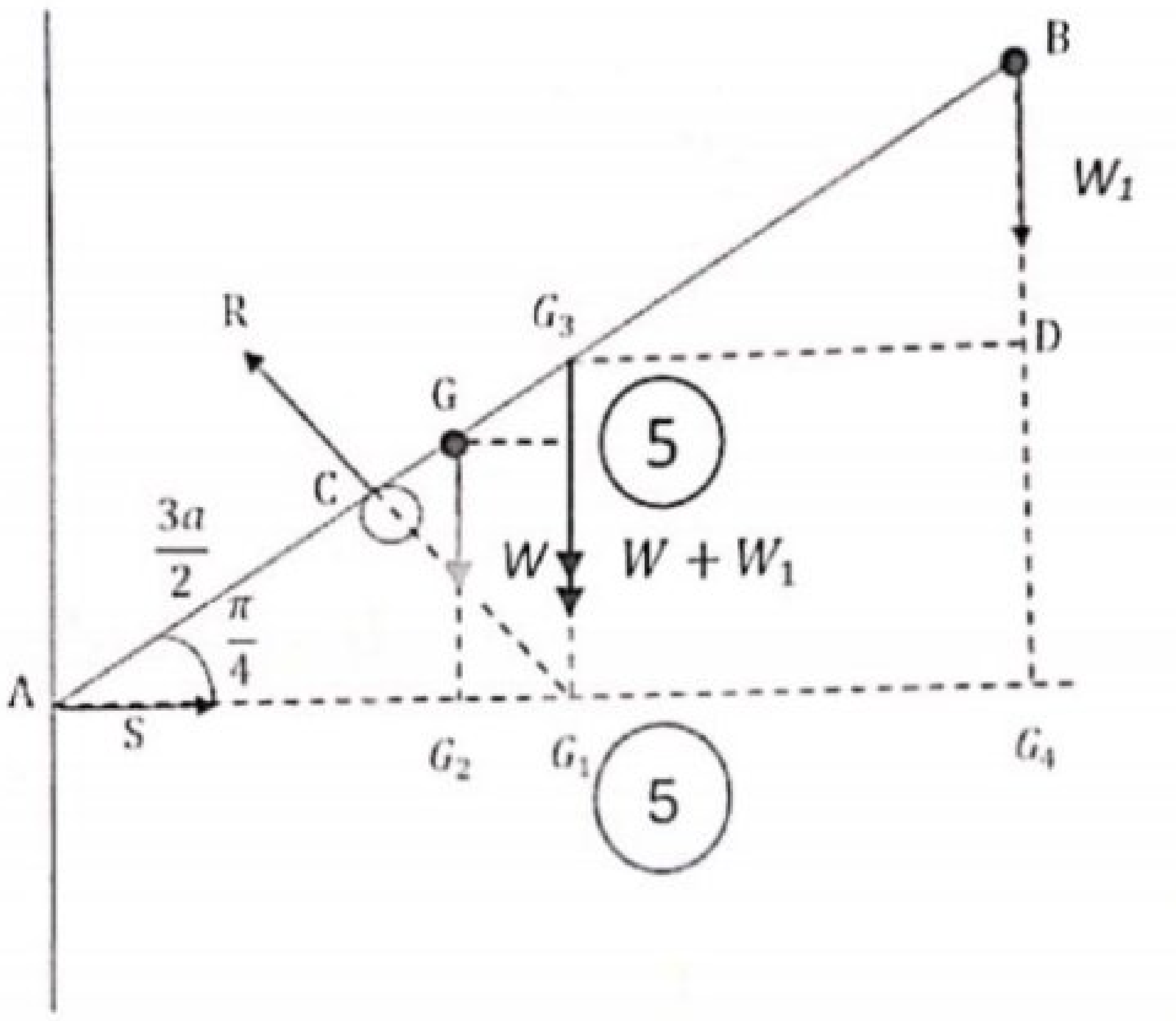
$$\frac{2}{3}\left(\frac{2W}{\sqrt{2}} + \frac{4W_1}{\sqrt{2}}\right).\frac{1}{\sqrt{2}} = W + W_1 .$$

$$\therefore 2W + 4W_1 = 3W + 3W_1 .$$

$$\therefore \quad W_1 = W \quad 5$$

0002917

විකල්ප ක්‍රමය



ΔACG_1: $AG_1 = \frac{3a}{2}\sec\frac{\pi}{4} = \frac{3a}{2}\sqrt{2} = \frac{3a}{\sqrt{2}}$. ~~5~~

$AG_2 = 2a\cos\frac{\pi}{4} = \frac{2a}{\sqrt{2}}$.

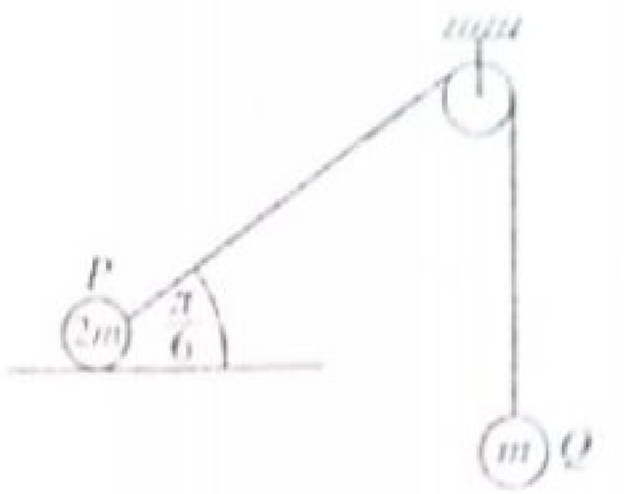
$\therefore G_2G_1 = AG_1 - AG_2 = \frac{a}{\sqrt{2}}$. 05

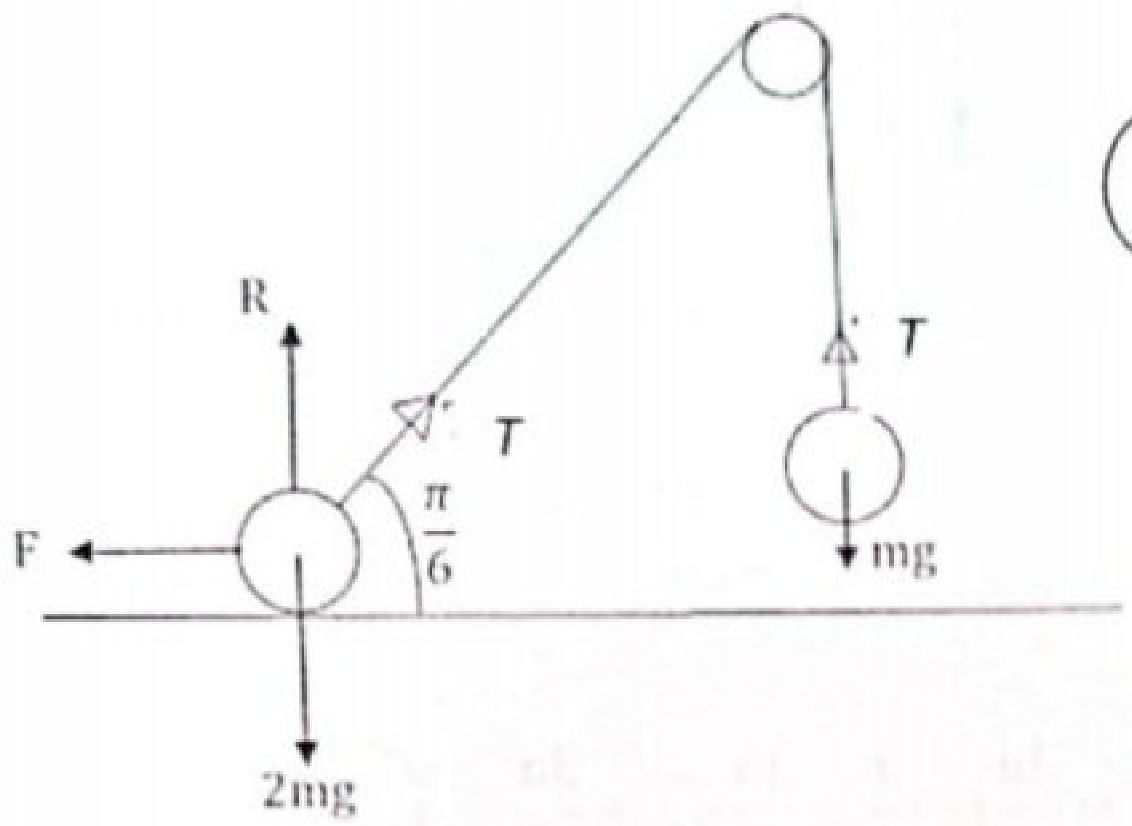
$G_1G_4 = G_2G_4 - G_2G_1 = \frac{2a}{\sqrt{2}} - \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$. 5

G_1 ↻ $W_1 \times G_1G_4 - W \times G_2G_1 = 0$.

$\therefore W_1 = W$. 5

8. ස්කන්ධය $2m$ වන P අංශුවක් රළු තිරස් මේසයක් මත ඇත. රූපයේ දැක්වෙන පරිදි, අචල සුමට කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක එක් අන්තයක් P අංශුවට ඇදා ඇති අතර අනෙක් අන්තය ස්කන්ධය m වූ Q අංශුවකට ඇදා ඇත. P අංශුව හා කප්පිය අතර තන්තුවේ කොටස, මේසය සමග $\frac{\pi}{6}$ කෝණයක් සාදයි. තන්තුව තදව ඇතිව පද්ධතිය සමතුලිතතාවයේ ඇත. P අංශුව හා මේසය අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය μ යන්න $\mu \geq \frac{1}{\sqrt{3}}$ තෘප්ත කරන බව පෙන්වන්න.





5 බල සඳහා

P $\uparrow$ $R = 2mg - \frac{T}{2}.$ 5

Q $\uparrow$ $T = mg.$

$$R = 2mg - \frac{mg}{2} = \frac{3mg}{2}.$$ 5

P $\longrightarrow$ $T\cos\frac{\pi}{6} = F.$

$$mg \times \frac{\sqrt{3}}{2} = F.$$ 5

$$\mu \geq \frac{F}{R} = \frac{\sqrt{3}\frac{mg}{2}}{\frac{3mg}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}}.$$ 5

0002915

9. A හා B යනු Ω නියැදි අවකාශයක සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$ හා $P(A' \cap B) = \frac{1}{12}$ බව දී ඇත; මෙහි A' මගින් A හි අනුපූරක සිද්ධිය දැක්වේ. $P(B)$ සොයන්න.
දැන්, A හා B ස්වායත්ත සිද්ධි බවත් දී ඇත. $P(A \cup B)$ සොයන්න.

$B = (A \cup A') \cap B = (A \cap B) \cup (A' \cap B)$ and $(A \cap B) \cap (A' \cap B) = \emptyset$

$$\therefore P(B) = P(A \cap B) + P(A' \cap B) \quad 5$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{12} \quad 5$$

$$= \frac{5}{12}$$

A හා B ස්වායත්ත වේ $\Rightarrow P(A \cap B) = P(A).P(B)$ 5

$$\therefore \frac{1}{3} = P(A).\frac{5}{12}$$

$$\therefore P(A) = \frac{4}{5}$$

දැන්, $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 5

$$= \frac{4}{5} + \frac{5}{12} - \frac{1}{3} \quad 5$$

$$= \frac{4}{5} + \frac{1}{12} = \frac{53}{60}$$

0512000188110032

10. $\{x_1, x_2, \ldots, x_{10}\}$ දත්ත කුලකයේ මධ්‍යන්‍යය 30 ද, $\sum_{i=1}^{10}(x_i - 20)^2 = 1040$ ද වේ.

ඉහත දත්ත කුලකයේ විචලතාව සොයන්න.

$$\frac{\sum_{i=1}^{10} x_i}{10} = 30 \quad 5$$

$$\sum_{i=1}^{10} x_i = 300$$

$$\sum_{i=1}^{10}(x_i - 20)^2 = 1040$$

$$\sum_{i=1}^{10} x_i^2 - 40\sum_{i=1}^{10} x_i + \sum_{i=1}^{10} 400 = 1040 \quad 5$$

$$\therefore \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 1040 - \overset{4000}{\cancel{400}} + 40 \times 300$$

$$= 9040 \quad 5$$

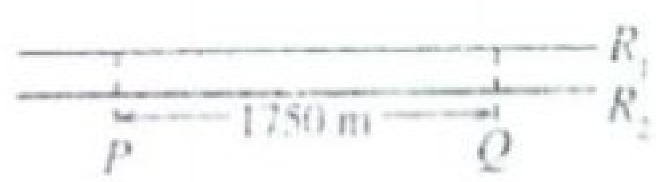
$$\therefore \text{විචලතාව} = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i^2}{10} - 30^2 \quad 5$$

$$= 904 - 900 = 4$$

5

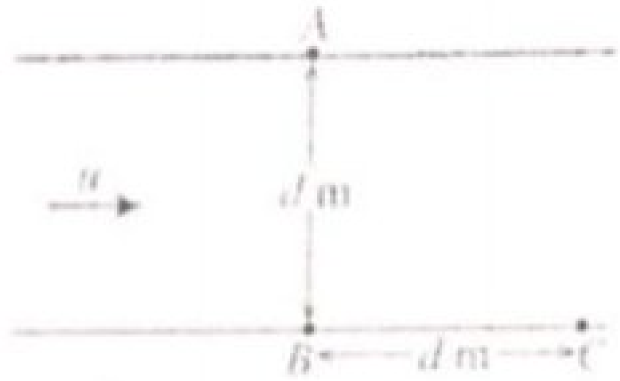
0002913

11\. (a) එකිනෙක අතර දුර 1750 m වූ P හා Q දුම්රිය ස්ථාන දෙකක් අතර දිවෙන R_1 හා R_2 යනු ඍජු සමාන්තර දුම්රිය මාර්ග දෙකකි. $t = 0$ හිදී P දුම්රිය ස්ථානයෙන් නිශ්චලතාවයෙන් ආරම්භ කරන A දුම්රියක් $10\ \text{m s}^{-2}$ ක ඒකාකාර ත්වරණයකින් R_1 දුම්රිය මාර්ගය දිගේ තත්පර T කාලයක් ගමන් කර, $t = T$ s හිදී එය ලබාගන්නා වේගය තත්පර 30 ක කාලයක් පවත්වා ගනී. ඉන්පසුව, එය තත්පර T කාලයක් ඒකාකාර මන්දනය වී Q දුම්රිය ස්ථානයේදී නිශ්චලතාවයට පැමිණේ. P සිට Q දක්වා A දුම්රියේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් ඇඳ ගමනට ගතවූ මුළු කාලය 40 s බව පෙන්වන්න.



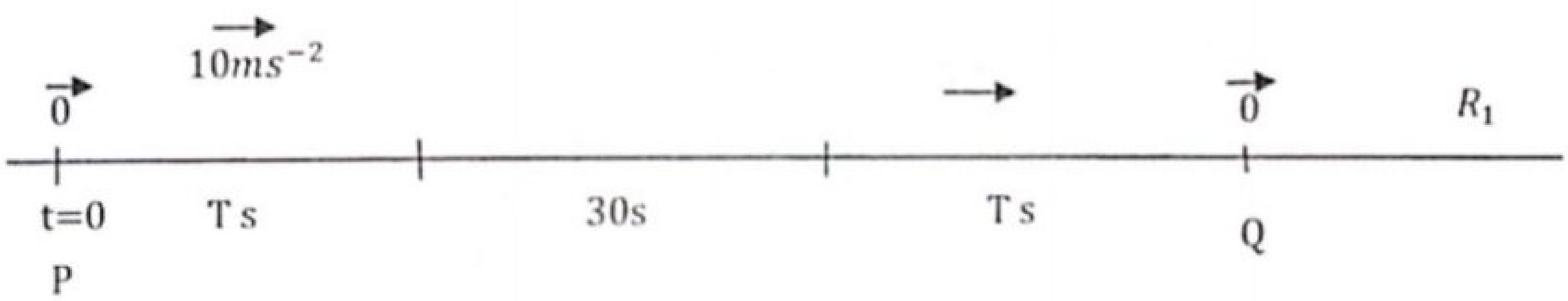
$\overrightarrow{PQ}$ දිශාවට $40\ \text{m s}^{-1}$ ක නියත වේගයකින් R_2 දුම්රිය මාර්ගය දිගේ ගමන් කරන තවත් B දුම්රියක් $t = 0$ හිදී P දුම්රිය ස්ථානය පසු කරයි. $t = 0$ සිට $t = 40$ s දක්වා B දුම්රියට සාපේක්ෂව A දුම්රියේ චලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල ප්‍රස්තාරයේ දළ සටහනක් අඳින්න.

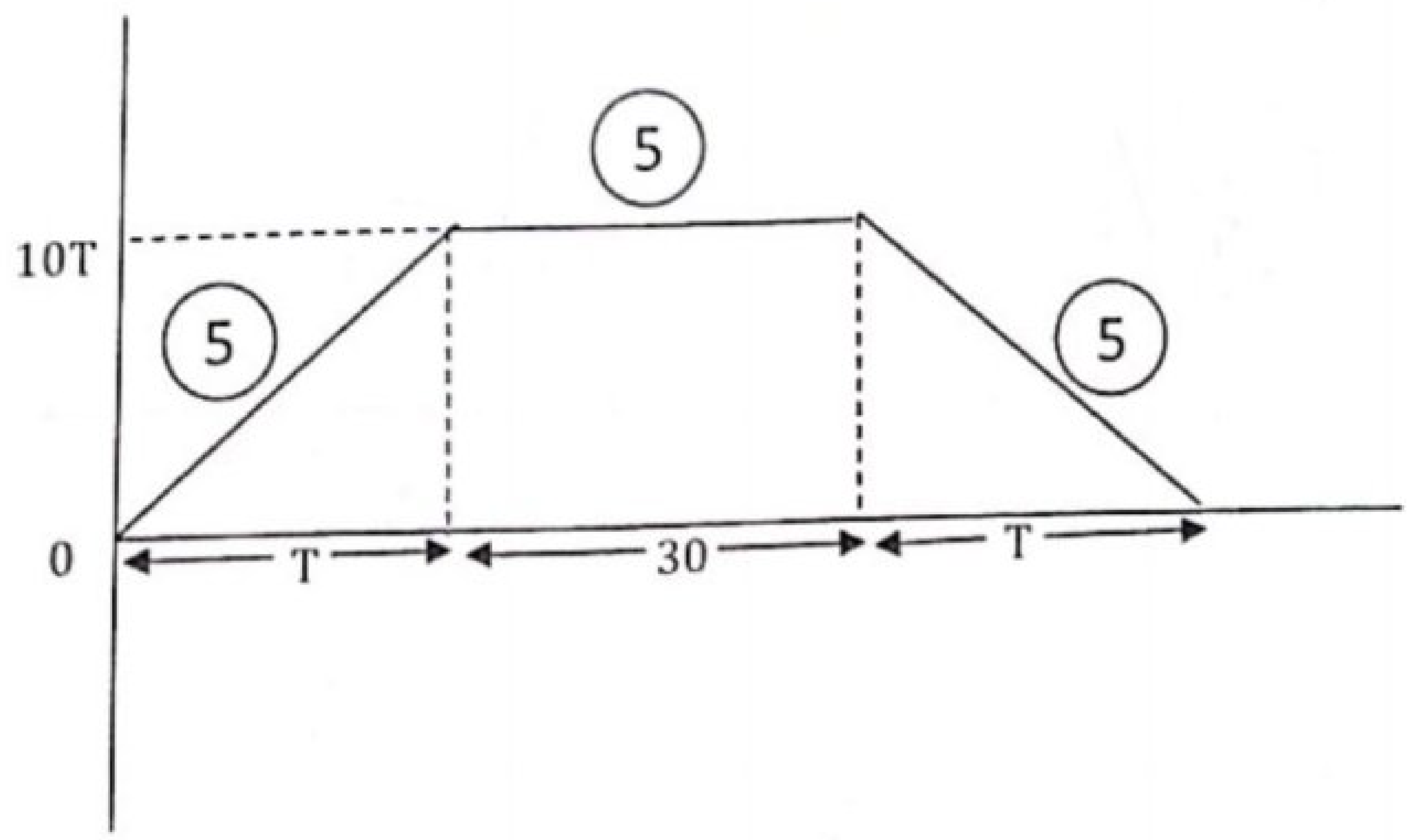
(b) ඍජු සමාන්තර ඉවුරු දෙකක් සහිත, d m පළල ගඟක් $u\ \text{m s}^{-1}$ ඒකාකාර වේගයකින් ගලා බසී. ජලයට සාපේක්ෂව $\sqrt{2}u\ \text{m s}^{-1}$ වේගයක් ඇති P නම් පිහිනුම්කරුවෙක් එක් ඉවුරක වූ A ලක්ෂ්‍යයකින් ආරම්භ කර, අනික් ඉවුරේ A ට කෙලින්ම ප්‍රතිවිරුද්ධව ඇති B ලක්ෂ්‍යයට ළඟා වීමට පිහිනයි. P පිහිනුම්කරු B කරා ළඟා වීමට ගතවන කාලය $\frac{d}{u}$ s බව පෙන්වන්න.



ජලයට සාපේක්ෂව $2\sqrt{2}u\ \text{m s}^{-1}$ වේගයක් ඇති Q නම් දෙවන පිහිනුම්කරුවෙක්, B සිට d m දුරක් ගඟ පහළින් එම ඉවුරේම වූ C ලක්ෂ්‍යයෙන් ආරම්භ කර, P පිහිනුම්කරු මුණගැසෙන අයුරින් පිහිනයි. (රූපය බලන්න.) P හා Q පිහිනුම්කරුවන් එකම මොහොතේ පිහිනීම ආරම්භ කරන බව උපකල්පනය කර, P පිහිනුම්කරු B ලක්ෂ්‍යයට ළඟා වීමට පෙර Q පිහිනුම්කරු P පිහිනුම්කරු හමුවන බව පෙන්වන්න.

(a)





→ මෙම ප්‍රකාශනය නිවැරදි නම් 5 දෙන්න.

$$\frac{1}{2} \times (60 + 2T) \times 10T = 1750 \quad 5 \quad 5 \quad 5$$

$$(30 + T) \times 10T = 1750$$

$$T^2 + 30T - 175 = 0 \quad 5$$

$$(T - 5)(T + 35) = 0 \quad 5$$

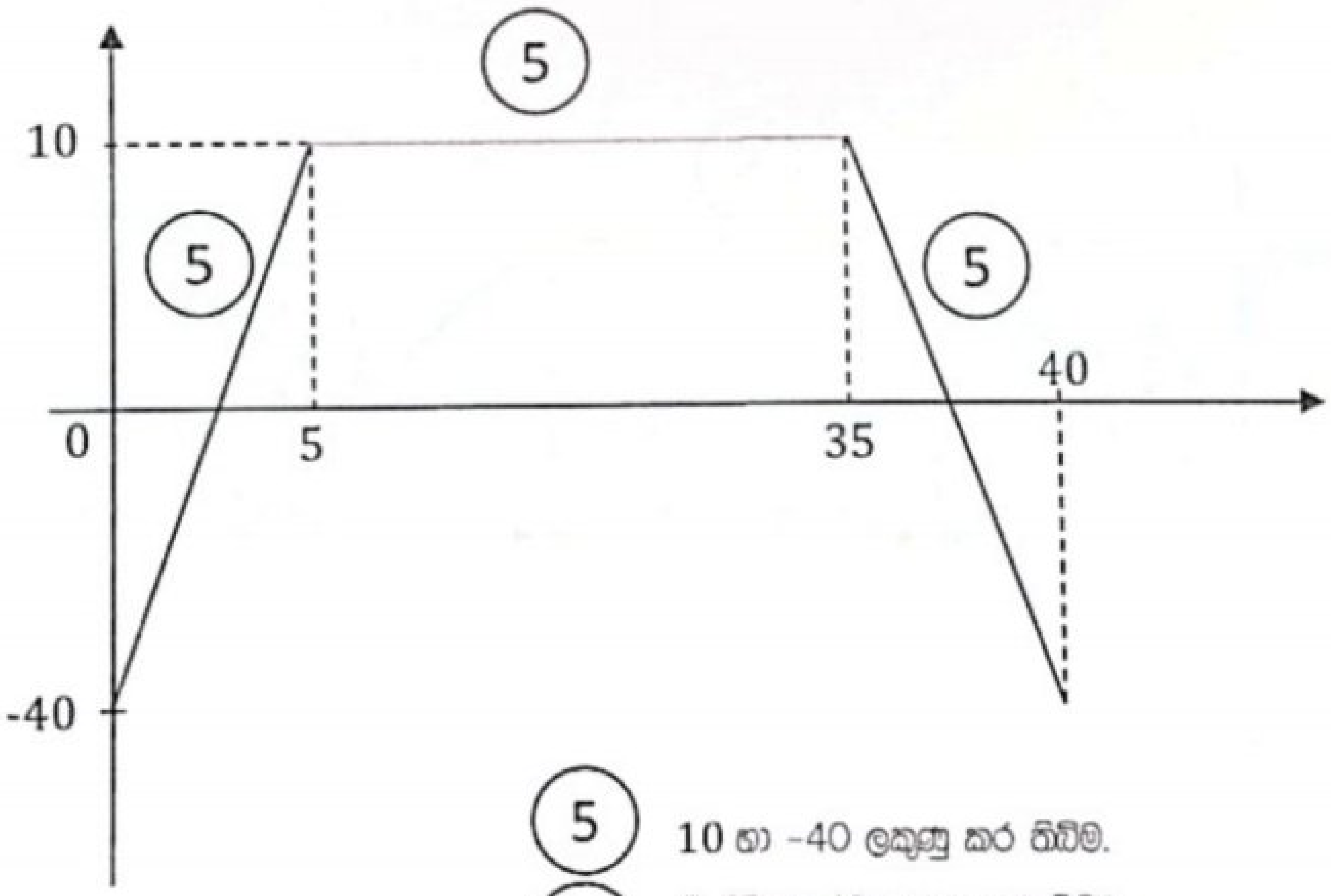
$$T = 5 \quad (\because T > 0) \quad 5$$

$\therefore$ගත වූ මුළු කාලය $= (5 + 30 + 5)\text{s} = 40\text{s}$ 5

50

$$\underline{v}(A, B) = \underline{v}(A, E) + \underline{v}(E, B)$$
$$= \underline{v}(A, E) - \underline{v}(B, E)$$

$$\underline{a}(A, B) = \underline{a}(A, E) + \underline{a}(E, B)$$
$$= \underline{a}(A, E) - \underline{a}(B, E)$$



5 10 හා -40 ලකුණු කර තිබීම.

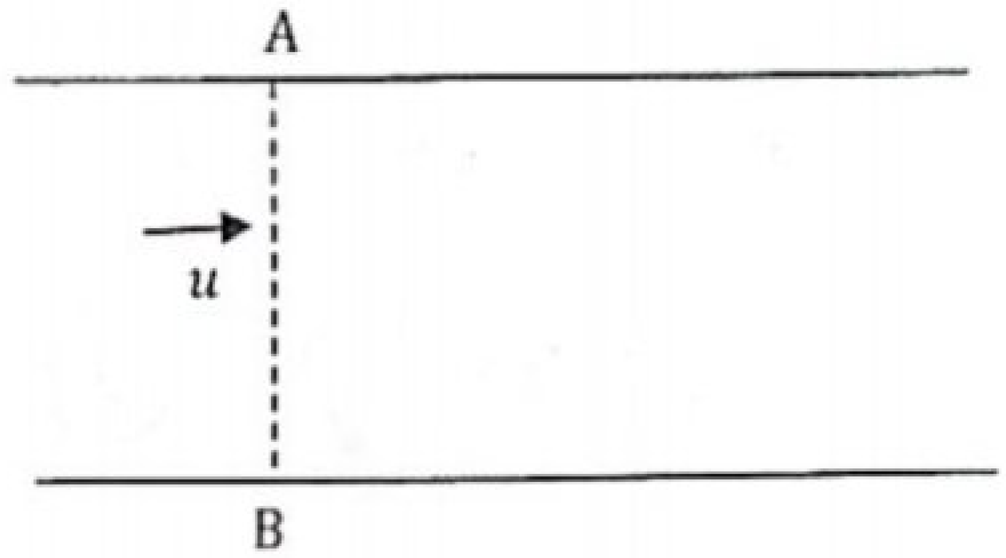
5 5, 35 හා 40 ලකුණු කර තිබීම.

25

0002911

CamScanner

(b) $\underline{v}(W,E) = \rightarrow u$ 5



$\underline{v}(P,W) = \sqrt{2}u$ 5

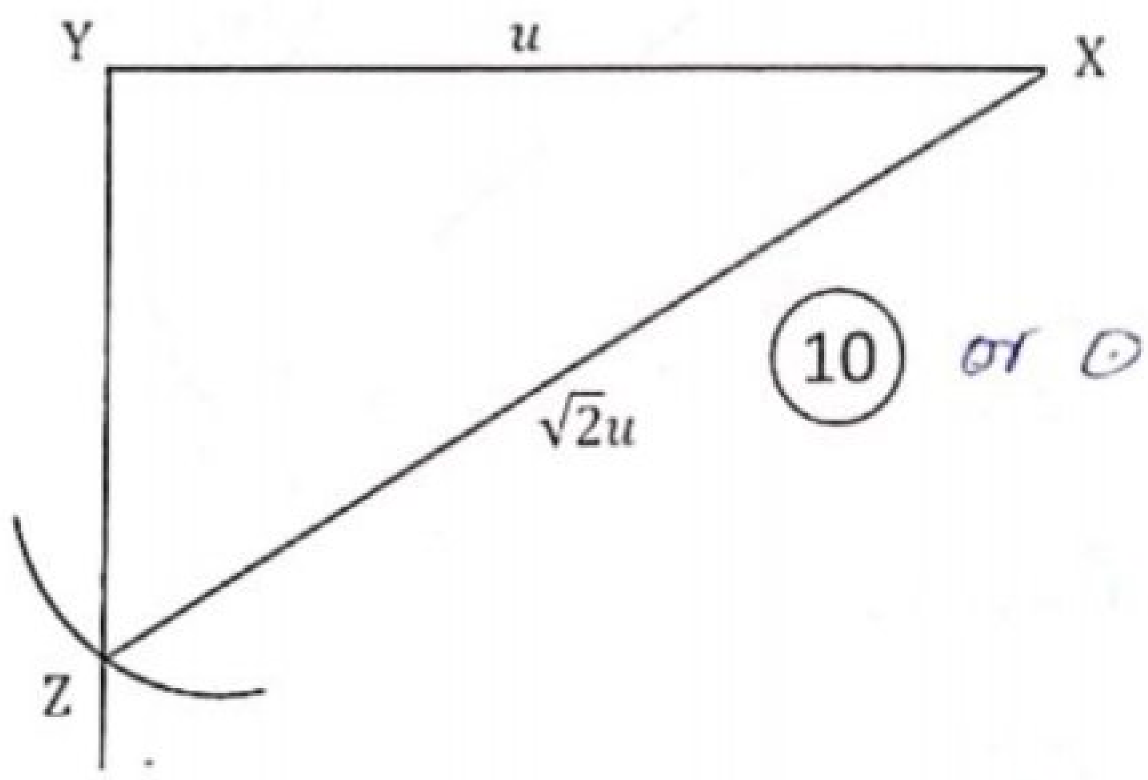
$\underline{v}(P,E) = \downarrow$ 5

$\underline{v}(P,W) = \underline{v}(P,E) + \underline{v}(E,W)$

$= \underline{v}(E,W) + \underline{v}(P,E)$

$= \overrightarrow{XY} + \overrightarrow{YZ}$

$= \overrightarrow{XZ}$



10 or 0

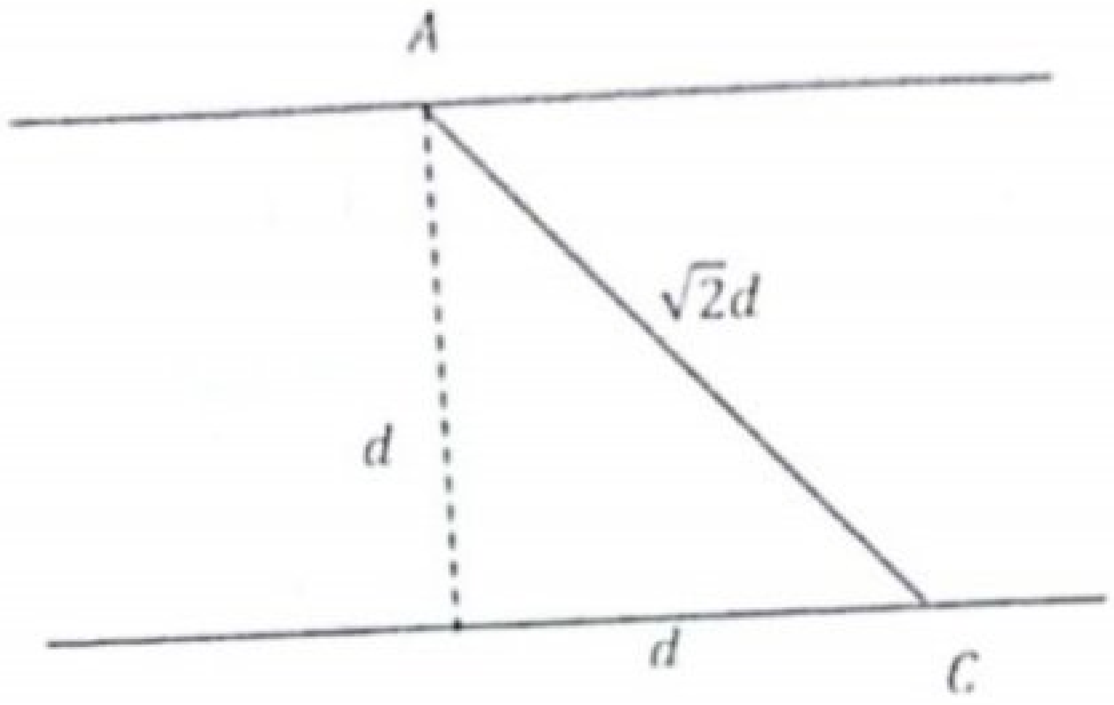
$YZ^2 = 2u^2 - u^2 = u^2$

$\therefore$ YZ $= u$. 5

අවශ්‍ය කාලය $== \frac{d}{YZ} s$

$= \frac{d}{u} s$ 5

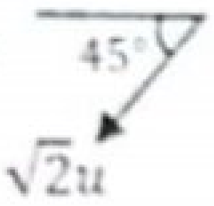
35



$\underline{v}(Q,P) =$ 

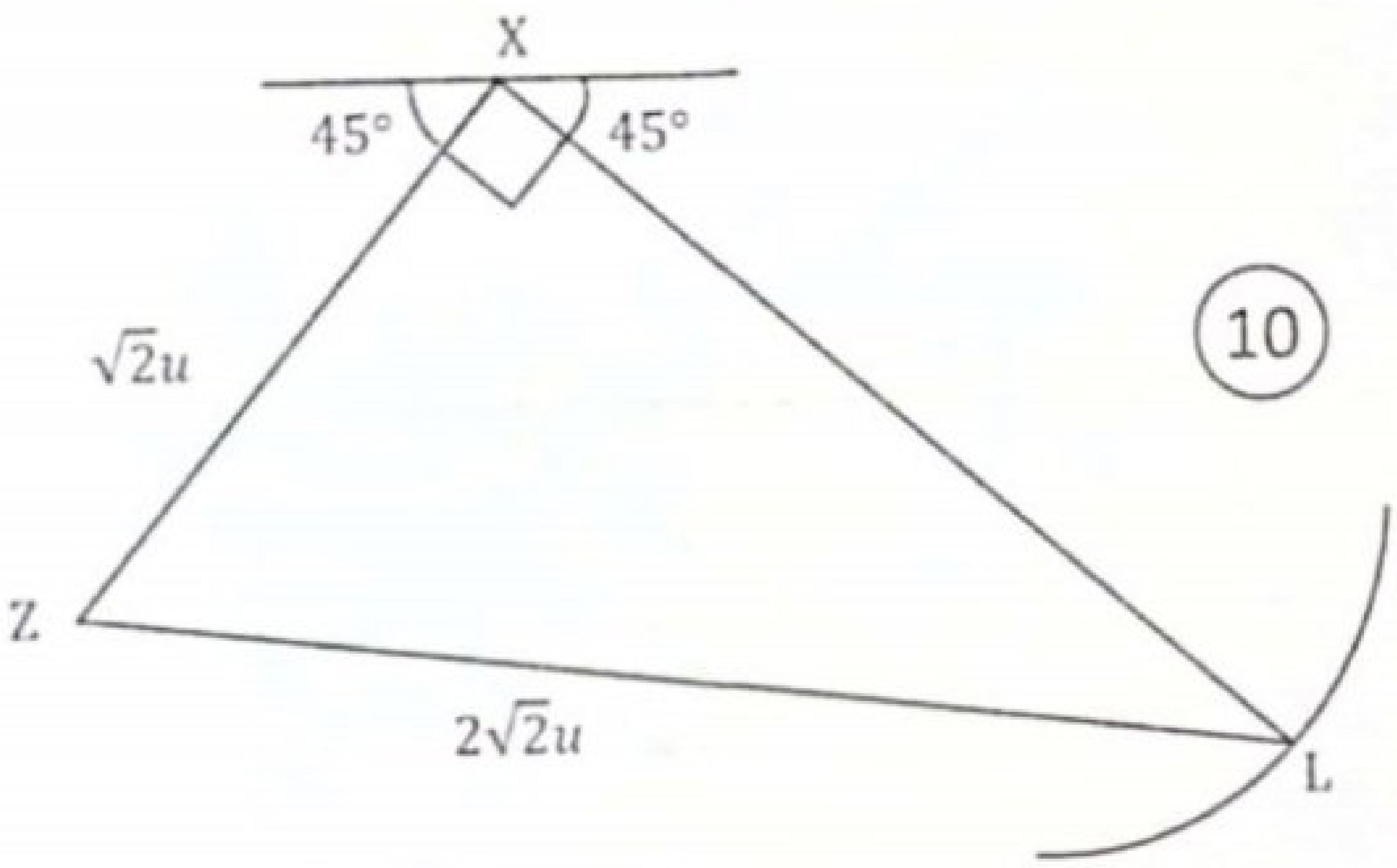
5

$\underline{v}(Q,W) = 2\sqrt{2}u$ 5

$\underline{v}(P,W) =$ 

5

$$\underline{v}(Q,W) = \underline{v}(Q,P) + \underline{v}(P,W)$$
$$= \overrightarrow{LX} + \overrightarrow{XZ}$$
$$= \overrightarrow{LZ}$$



10

$$LX^2 = (2\sqrt{2}u)^2 - (\sqrt{2}u)^2$$
$$= 6u^2$$
$$\therefore LX = \sqrt{6}u$$ 5

Q ට P හමුවීමට ගත වූ කාලය $= \dfrac{AC}{XL}$

$$= \frac{\sqrt{2}d}{\sqrt{6}u}$$ 5

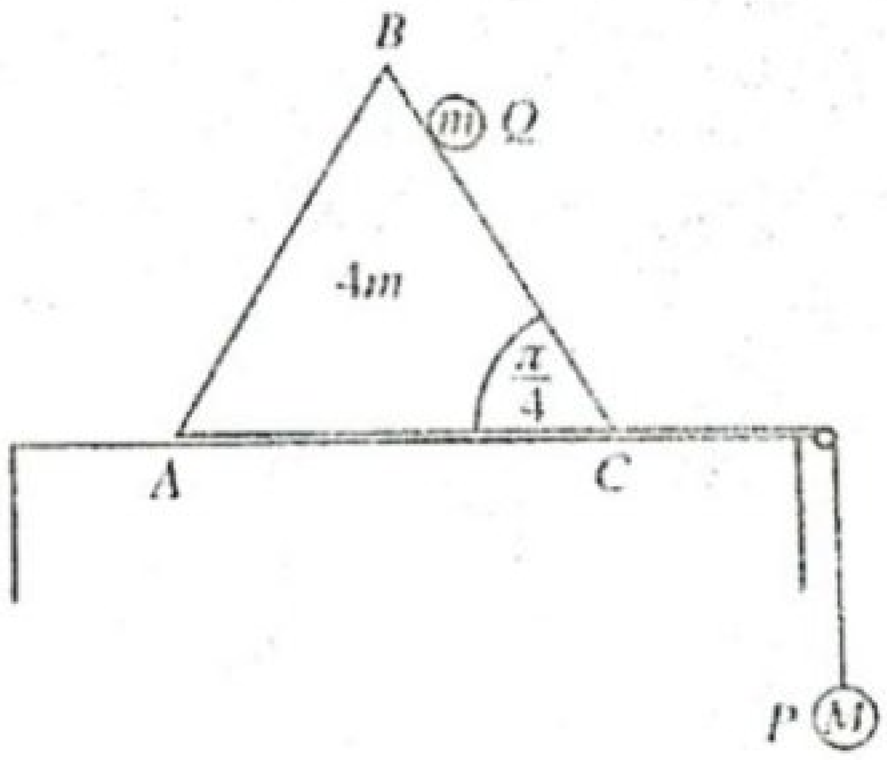
$$= \frac{1}{\sqrt{3}}\frac{d}{u} < \frac{d}{u},$$
5

∴P, R හමු වීමට පෙර Q,P හමුවේ

40

0002909

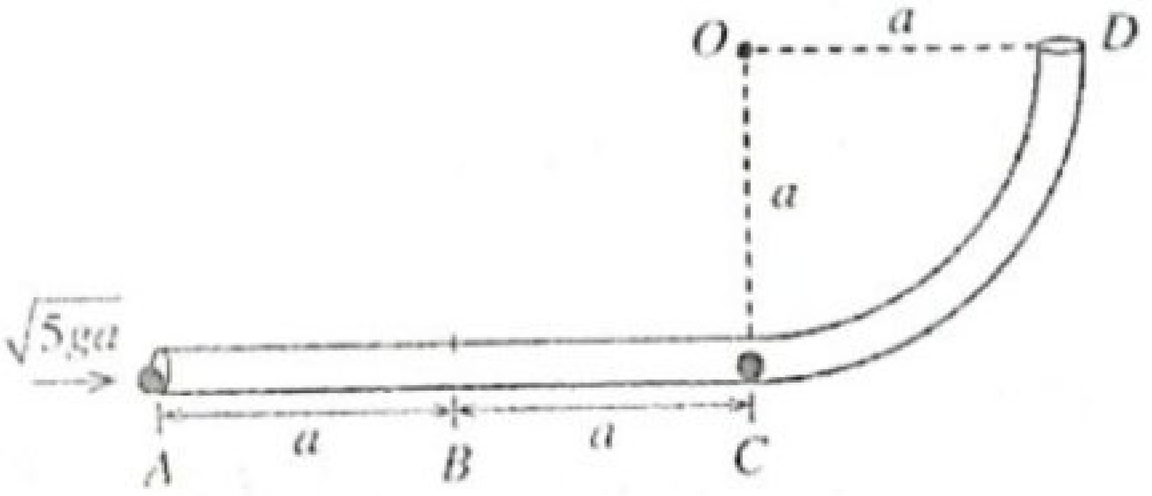
12. (a) ස්කන්ධය $4m$ වූ සුමට ඒකාකාර කුඤ්ඤයක ගුරුත්ව කේන්ද්‍රය තුළින් වූ ABC සිරස් හරස්කඩ රූපයේ දැක්වේ. AC අයත් මුහුණත සුමට තිරස් මේසයක් මත තබා ඇත. තවද, AB හා BC ඒවා අඩංගු මුහුණත්වල උපරිම බෑවුම් රේඛා වන අතර $A\hat{C}B = \frac{\pi}{4}$ වේ. කුඤ්ඤයෙහි C ලක්ෂ්‍යය හා ස්කන්ධය M වූ P අංශුවක්, මේසයෙහි දාරයකට සවි කළ කුඩා සුමට කප්පියක් මතින් යන සැහැල්ලු අවිතන්‍ය තන්තුවක අන්තවලට ඈඳා ඇත. තන්තුව, ABC අඩංගු සිරස් තලයේම පිහිටයි. ස්කන්ධය m වූ Q අංශුවක් BC මත අල්වා තබා ඇත. P අංශුව නිදහසේ එල්ලෙයි. තන්තුව තදව ඇතිව පද්ධතිය, නිශ්චලතාවයේ සිට මෙම පිහිටුමෙන් මුදාහරිනු ලැබේ.



$m < 2M$ නම්, P අංශුව සිරස්ව පහළට චලනය වන බව පෙන්වන්න.

$m = 2M$ නම්, එක් එක් අංශුවෙහි හා කුඤ්ඤයෙහි චලිත විස්තර කරන්න.

(b) රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, $ABCD$ සිහින් බටයක් ABC තිරස්ව ඇතිව සිරස් තලයක සවි කර ඇත. AB හා BC කොටස් එක එකක දිග a වන අතර CD කොටස අරය a හා කේන්ද්‍රය O වන OC සිරස්ව ඇති වෘත්තයකින් හතරෙන් එකකි. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් බටය තුළ C ලක්ෂ්‍යයෙහි තබා ඇත. ස්කන්ධය m වූ තවත් Q අංශුවක් බටය තුළ A ලක්ෂ්‍යයෙහි තබා, එයට $\overrightarrow{AB}$ හි දිශාවට $\sqrt{5ga}$ විශාලත්වයක් ඇති ප්‍රවේගයක් දෙනු ලැබේ.



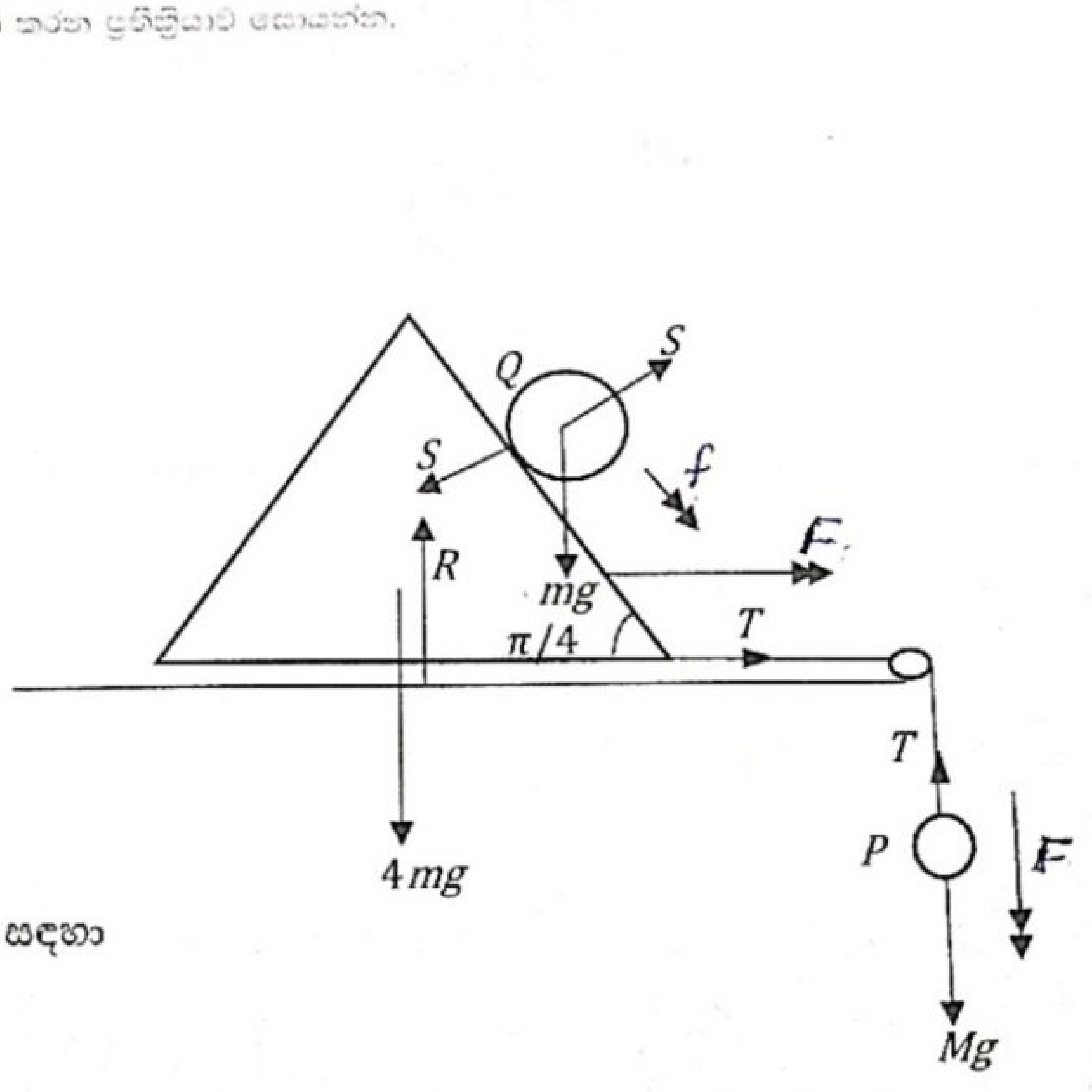
Q අංශුව හා AB කොටස අතර ඝර්ෂණ සංගුණකය $\frac{1}{2}$ ක් වන අතර BCD කොටස සුමට වේ.
Q අංශුව බටය තුළ චලනය වී P අංශුව සමග හැපී හා වේ. මෙම R සංයුක්ත අංශුව චලිතය ආරම්භ කරන ප්‍රවේගය සොයන්න.
යටිඅත් සිරස සමග θ කෝණයකින් $\overrightarrow{OR}$ හැරුන විට, R අංශුවෙහි වේගය v යන්න $v^2 = ga(2\cos\theta - 1)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වා, R අංශුව, බටය තුළ ක්ෂණික නිශ්චලතාවයට පත්වන මොහොතෙහිදී එය මත බටයෙන් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව සොයන්න.

(a)

එකේ දිග නම් 05 දෙන්න.

බල සඳහා :

S, mg	m	
$R, 4mg$	$4m$	10
T, Mg	M	



5 සමාන ත්වරණ සඳහා

$\underline{F} = m\underline{a}$:

P $\downarrow$ $Mg - T = MF$ ------ (1) 5

Q $\searrow$ $mg\sin\frac{\pi}{4} = m\left(f + F\cos\frac{\pi}{4}\right)$ ------- (2) 10

කුඤ්ඤය $\rightarrow T = 4mF + m\left(F + f\cos\frac{\pi}{4}\right)$ ------- (3) 5

5 5

$(1) + (3):\quad Mg = (M + 5m)F + \frac{mf}{\sqrt{2}}$ 5

$(2):\quad \frac{g}{\sqrt{2}} = f + \frac{F}{\sqrt{2}}$

$Mg = (M + 5m)F + \frac{m}{\sqrt{2}}\left(\frac{g}{\sqrt{2}} - \frac{F}{\sqrt{2}}\right)$ 5

$2Mg = (2M + 10m)F + mg - mF$

$F = \frac{(2M - m)g}{(2M + 9m)} > 0 \quad if \quad m < 2M$

$< 2M.$

5

∴ P සිරස්ව පහළට චලනය වේ.

60

$\boxed{2M=m}$ $F = 0.$ 5

∴ P හා කුඤ්ඤය නිශ්චලතාවයේ තිබෙයි. (පද්ධතිය නිශ්චලතාවෙන් පටන්ගෙන ඇත.)

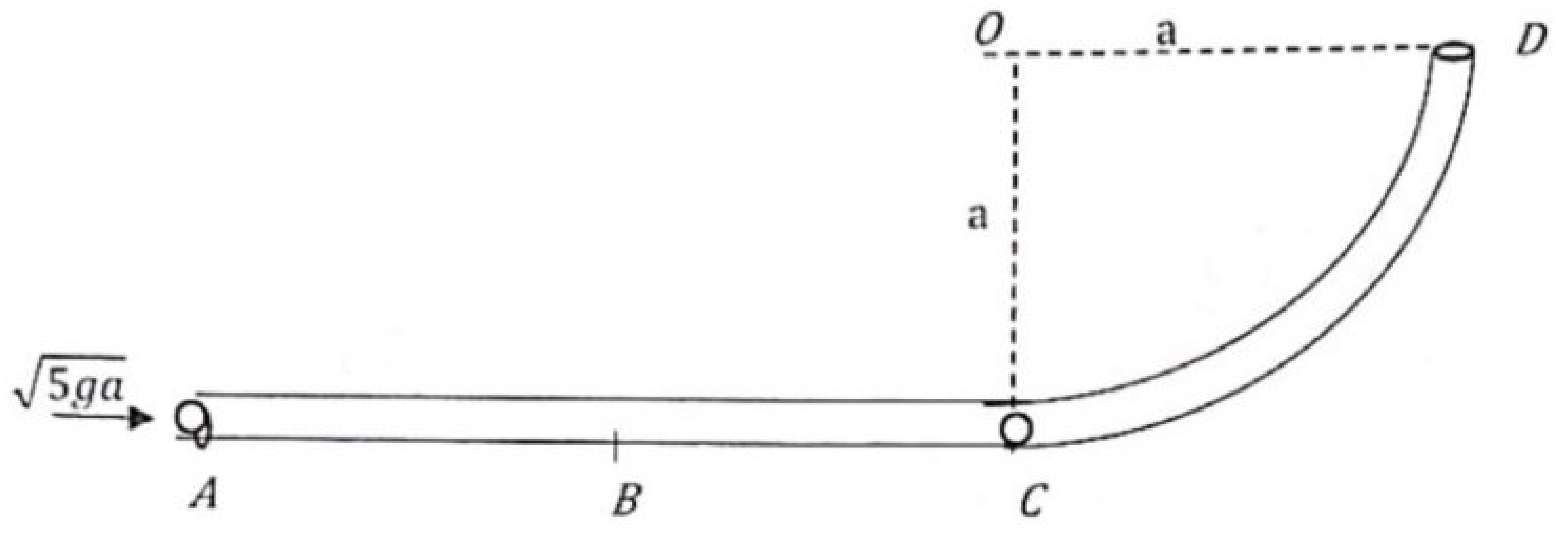
Q එය අයත් මුහුණතේ උපරිම බෑවුම් රේඛාව දිගේ පහළට $g/\sqrt{2}$ ත්වරණයෙන් චලනය වේ.

5

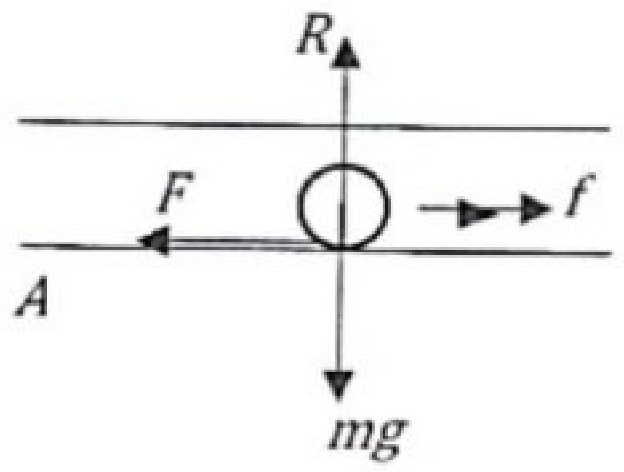
10

0002907

b)



A සිට B දක්වා :



$\underline{F} = m\underline{a}$

$\uparrow R - mg = 0$

$\therefore R = mg$ 5

$F = \frac{1}{2}R$ 5

$\therefore F = \frac{mg}{2}$

$\longrightarrow \underline{F} = m\underline{a}$:

$-F = mf$ 5

$-\frac{mg}{2} = mf$

$\therefore f = -\frac{g}{2}$ 5

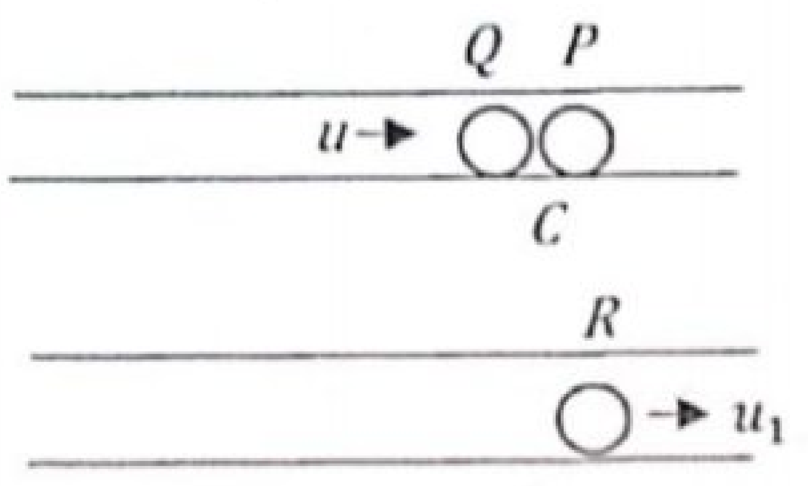
Q ගේ B හිදී ප්‍රවේගය $= \overrightarrow{u}$ යන්න

$$u^2 = 5ga - 2\frac{g}{2}\, a$$

$$u^2 = 5ga - ga = 4ga$$

$$\therefore u = 2\sqrt{ga} \quad 5$$

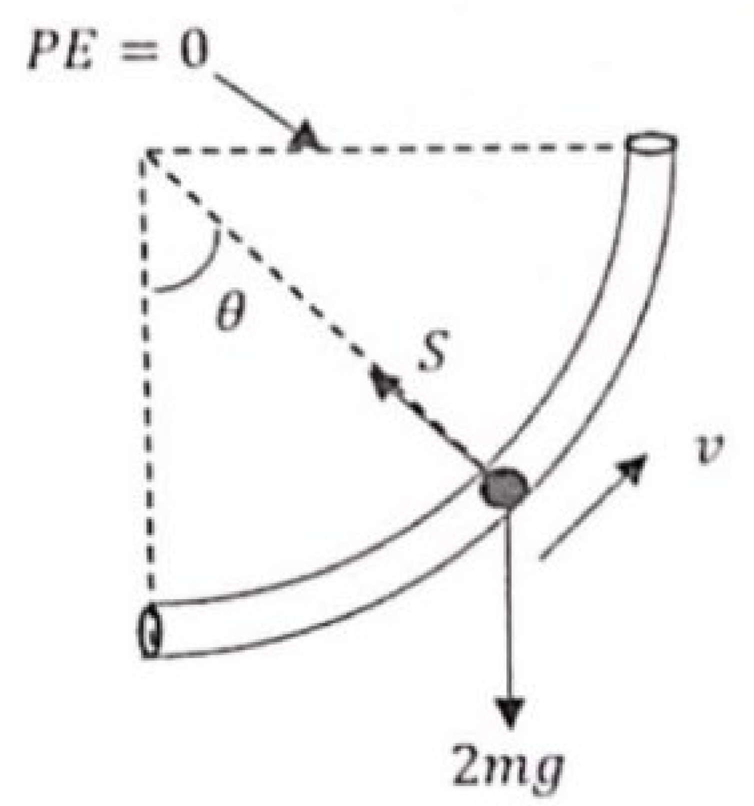
C හිදී P සමඟ ගැටුමට මොහොතකට පෙර Q හි ප්‍රවේගය $= u.$ 　　5



$$\longrightarrow \underline{I} = \Delta(m\underline{v}) : \quad 0 = 2mu_1 - mu \,. \quad 5$$

$$\therefore u_1 = \frac{u}{2} = \sqrt{ga}$$

35



ශක්ති සංස්ථිති නියමයෙන් :

$$\frac{1}{2}2mu_1^2 - 2mga = \frac{1}{2}(2m)v^2 - 2mga\cos\theta \qquad KE \; 5 \;, PE \; 5$$

$$\frac{1}{2}ga - ga = \frac{1}{2}v^2 - ga\cos\theta \qquad \text{සමීකරණය } 5$$

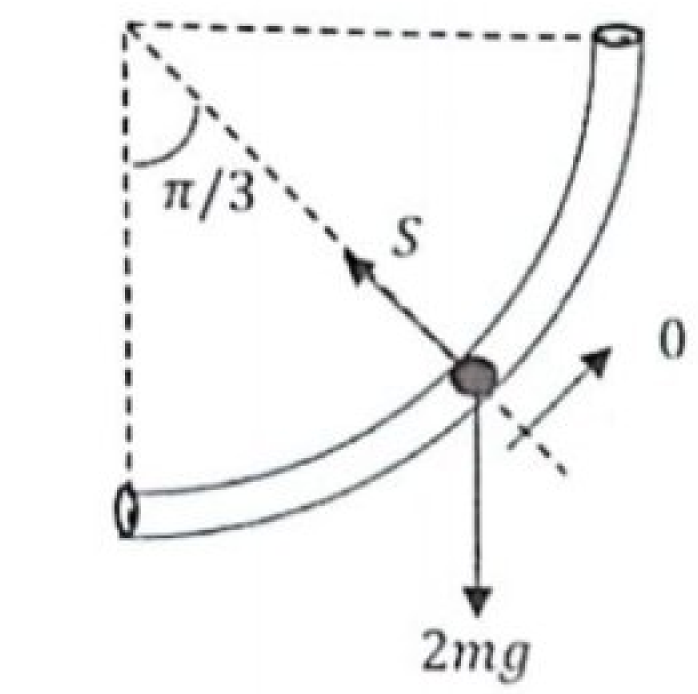
0002905

$$\therefore v^2 = 2ga\cos\theta - ga \quad 5$$
$$= ga(2\cos\theta - 1)$$

20

$v = 0 \Leftrightarrow \cos\theta = \dfrac{1}{2}$ 5

$\Leftrightarrow \theta = \dfrac{\pi}{3}$. 5



$\nwarrow \underline{F} = m\underline{a}$: $\quad S - 2mg\cos\dfrac{\pi}{3} = 0$. 10

$S = mg$. 5

25

---

13. එක එකක ස්කන්ධය m වූ අංශු දෙකක් එකට ඇලවීමෙන් ස්කන්ධය $2m$ වූ P සංයුක්ත අංශුවක් සාදා ඇත. ස්වභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යාස්ථ මාපාංකය $2mg$ වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථ තන්තුවක එක් අන්තයක් තිරස් සිවිලිමක වූ O අචල ලක්ෂ්‍යයකට ද අනෙක් අන්තය, P සංයුක්ත අංශුවට ද ඈදා ඇත. P අංශුව A ලක්ෂ්‍යයකදී සමතුලිතතාවයේ එල්ලෙයි. මෙම සමතුලිත පිහිටුමේදී තන්තුවේ විතතිය සොයන්න.

P අංශුව A සිට $\frac{a}{2}$ දුරක් පහළට ඇද මුදාහැරියේ නම්, P හි චලිත සමීකරණය $-\frac{a}{2} \le x \le \frac{a}{2}$ සඳහා $\ddot{x} + \omega^2 x = 0$ බව පෙන්වන්න; මෙහි $\omega = \sqrt{\frac{g}{a}}$ ද $AP = x$ ද වේ.

දැන්, P අංශුව, A සිට l දුරක් පහළට ඇද මුදාහරිනු ලැබේ.

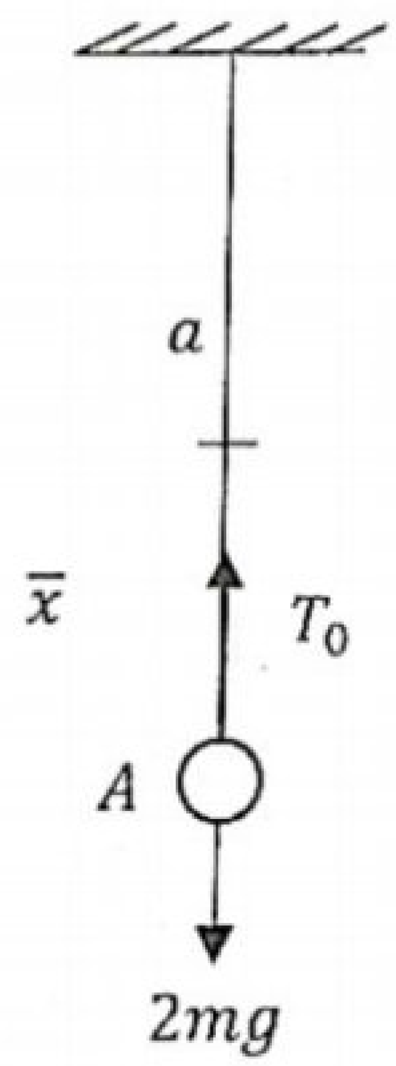
P අංශුව, පූර්ණ සරල අනුවර්ති චලිතයක යෙදීම සඳහා l හි උපරිම අගය කුමක් ද?

P අංශුව, $\sqrt{ag}$ වේගයකින් O ලක්ෂ්‍යයෙහි වැදීම සඳහා l හි අගය සොයන්න.

P අංශුව, මෙම වේගයෙන් O හි වදින විට ස්කන්ධය m වූ එක් අංශුවක් ගැලවී යයි. සිවිලිම අප්‍රත්‍යාස්ථ වේ.

ඉතිරි අංශුව, එහි ගුරුත්වය යටතේ චලිතයෙන් අනතුරුව යෙදෙන නව සරල අනුවර්ති චලිතය සඳහා චලිත සමීකරණය ලබාගන්න.

මෙම තනි අංශුවට, ප්‍රථමවරට ක්ෂණික නිශ්චලතාවයට පත්වීම සඳහා O සිට ගතවන කාලය සොයන්න.



$$T_0 = 2mg.\frac{\overline{x}}{a}. \quad 5$$

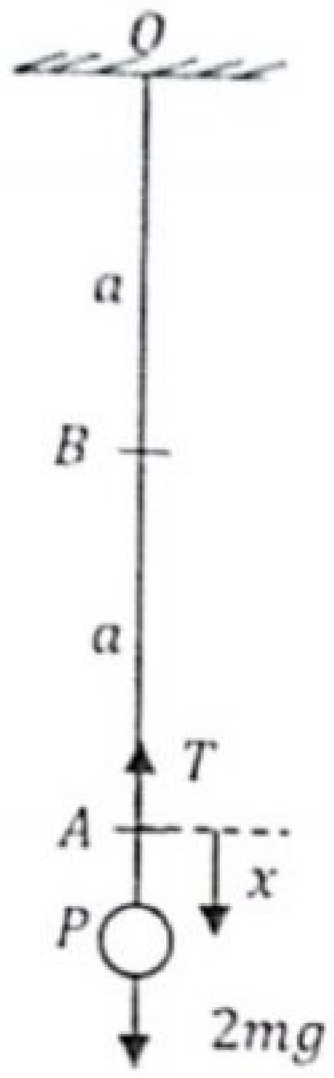
$$\uparrow T_0 = 2mg. \quad 5$$

$$\therefore 2mg.\frac{\overline{x}}{a} = 2mg.$$

$$\therefore \overline{x} = a. \quad 5$$

$\therefore$විතතිය $= a$

15



$\downarrow \underline{F} = m\underline{a}$:

5 5

$$2mg - \frac{2mg(a+x)}{a} = 2m\ddot{x}$$ 5

$$\ddot{x} + \frac{g}{a}x = 0 \quad ; -\frac{a}{2} \le x \le \frac{a}{2}$$ 5

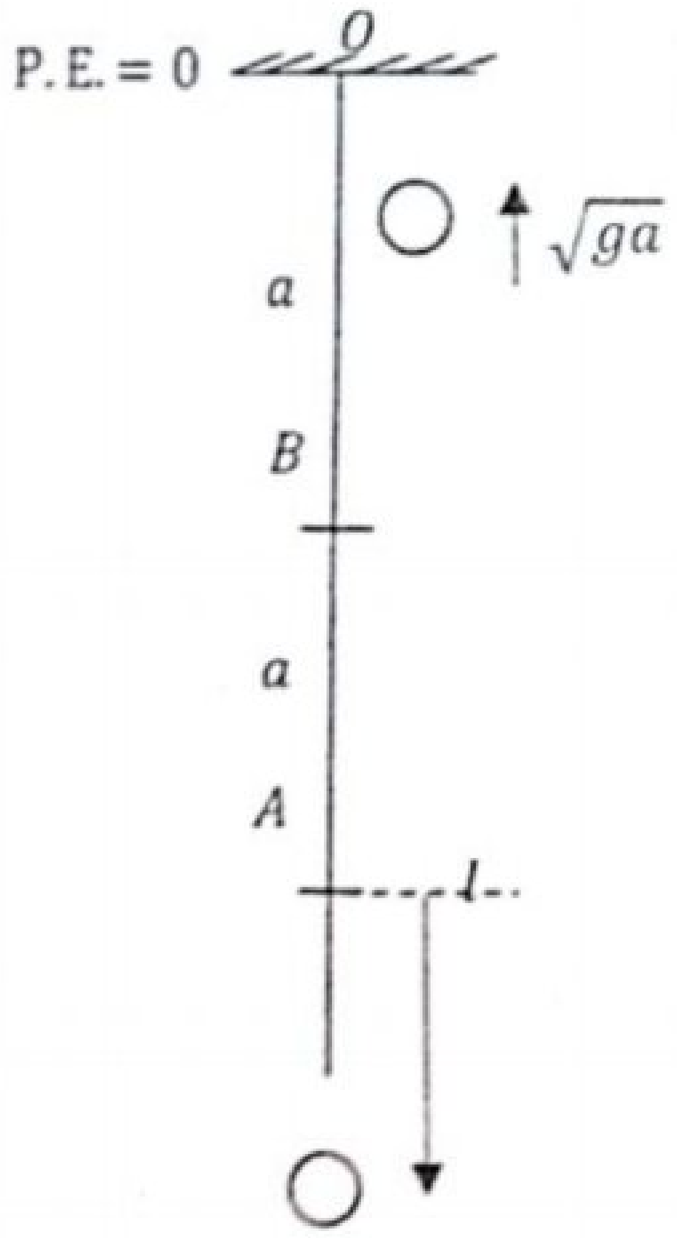
$$\text{i.e. } \ddot{x} + \omega^2 x = 0 \quad ; -\frac{a}{2} \le x \le \frac{a}{2},$$

මෙහි $\omega = \sqrt{\frac{g}{a}}$.

20

අවශ්‍ය l උපරිම අගය $= a$. 10

10



ශක්ති සංස්ථිති නියමයෙන් :

$$\frac{1}{2}(2mg)\frac{(a+l)^2}{a} - 2mg(2a+l) = 0 + \frac{1}{2}(2m)ga$$ 5

5 5 5

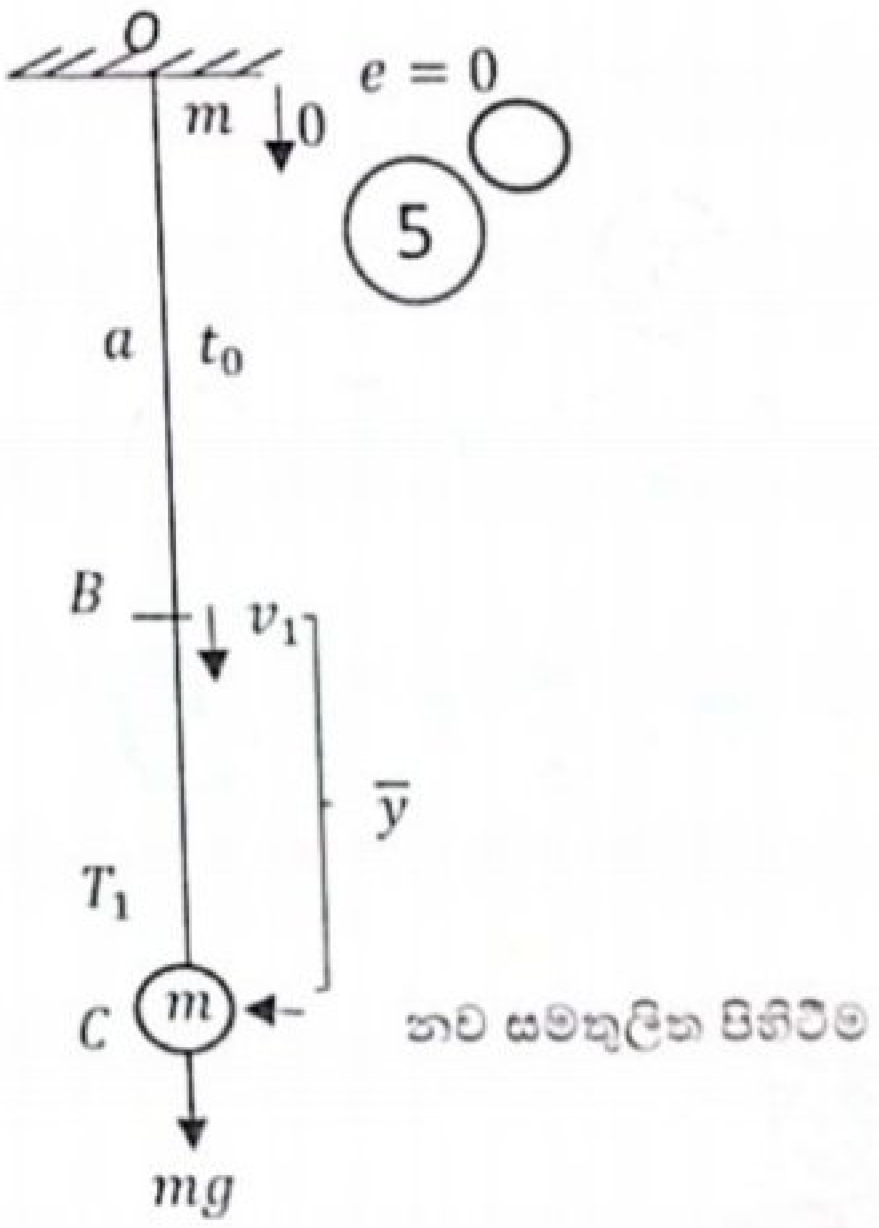
$$\therefore \frac{(a+l)^2}{a} - 2(2a+l) = a$$

$$\therefore a^2 + 2al + l^2 - 4a^2 - 2la = a^2.$$ 5

$$\therefore l^2 = 4a^2.$$

$$\therefore l = 2a.$$ 5

30



<u>O සිට B</u>:

$$\downarrow \quad v^2 = u^2 + 2as$$

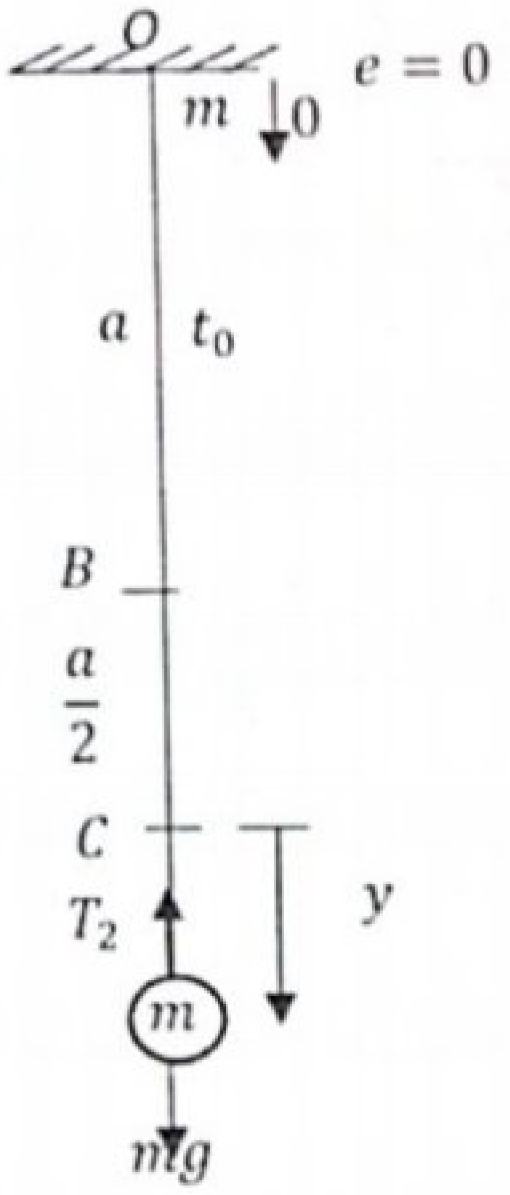
$$v_1^2 = 0 + 2ga$$

$$v_1 = \sqrt{2ga}\,. \quad 5$$

$$\downarrow \quad s = ut + \frac{1}{2}at^2$$

$$a = \frac{1}{2}gt_0^2$$

$$\therefore t_0 = \sqrt{\frac{2a}{g}} \quad 5$$



දැන්, $2mg.\frac{\overline{y}}{a} = mg$ 5

$\therefore \overline{y} = \frac{a}{2}.$ 5

$\downarrow \quad \underline{F} = m\underline{a}$:

5

$$mg - \frac{2mg(\overline{y} + y)}{a} = m\ddot{y} \quad 5$$

$$mg - \frac{2mg\left(\frac{a}{2} + y\right)}{a} = m\ddot{y}$$

$$\ddot{y} + \frac{2g}{a}y = 0 \quad 5$$

$$\ddot{y} + \omega_1^2 y = 0\ ;\ \omega_1 = \sqrt{\frac{2g}{a}}$$

40

විස්තරය:

$$\dot{y}^2 = \omega_1^2(c^2 - y^2) \quad 5$$

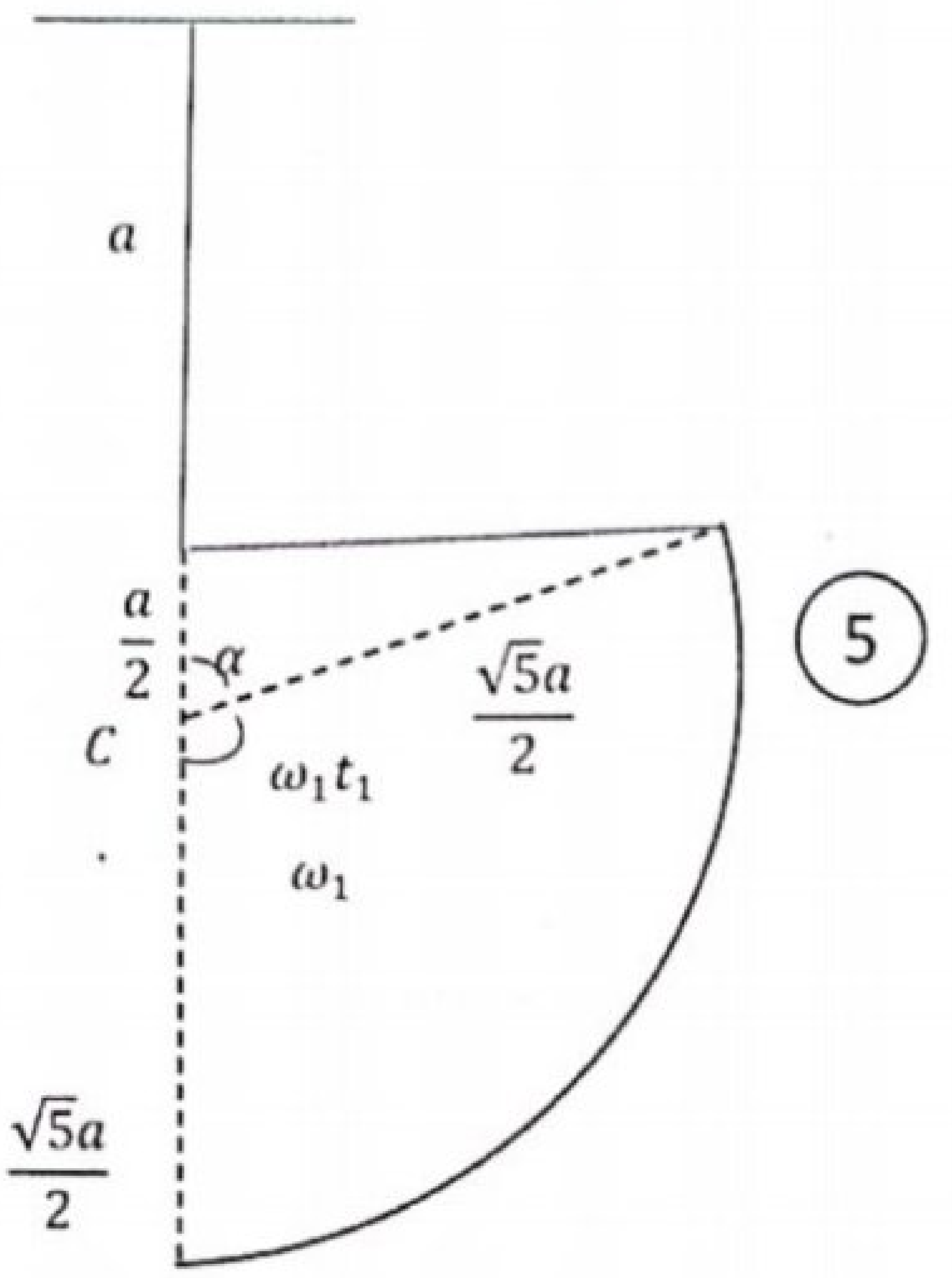
$$\dot{y} = \sqrt{2ga} \text{ when } y = -\frac{a}{2}$$

$$\therefore 2ga = \frac{2g}{a}\left(c^2 - \frac{a^2}{4}\right) \quad 5$$

$$a^2 = c^2 - \frac{a^2}{4}$$

$$\therefore c^2 = \frac{5a^2}{4}$$

$$\therefore c = \frac{\sqrt{5}a}{2} \quad 5$$



$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \quad 5$$

$$\omega_1 t_1 = \pi - \alpha \quad 5$$

$$\therefore t_1 = \sqrt{\frac{2g}{a}}\left\{\pi - \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\right\}$$

අවශ්‍ය කාලය $= t_0 + t_1 = \sqrt{\frac{2g}{a}}\left\{1 + \pi - \cos^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)\right\}$ 5

35

14. (*a*) සුපුරුදු අංකනයෙන්, A, B, C හා D ලක්ෂ්‍ය හතරක පිහිටුම් දෛශික පිළිවෙළින් $\mathbf{a} = -\mathbf{i} - \mathbf{j}$, $\mathbf{b} = \mathbf{i} + 4\mathbf{j}$, $\mathbf{c} = 8\mathbf{i} + \alpha\mathbf{j}$ හා $\mathbf{d} = 4\mathbf{i} - 2\mathbf{j}$ වේ; මෙහි $\alpha \in \mathbb{R}$ වේ.

AB හා DC රේඛා, සමාන්තර වේ. $\alpha = 8$ බව පෙන්වන්න.

AC හා BD රේඛා පිහිටුම් දෛශිකය $\mathbf{e}$ වූ E ලක්ෂ්‍යයේදී ඡේදනය වේ.

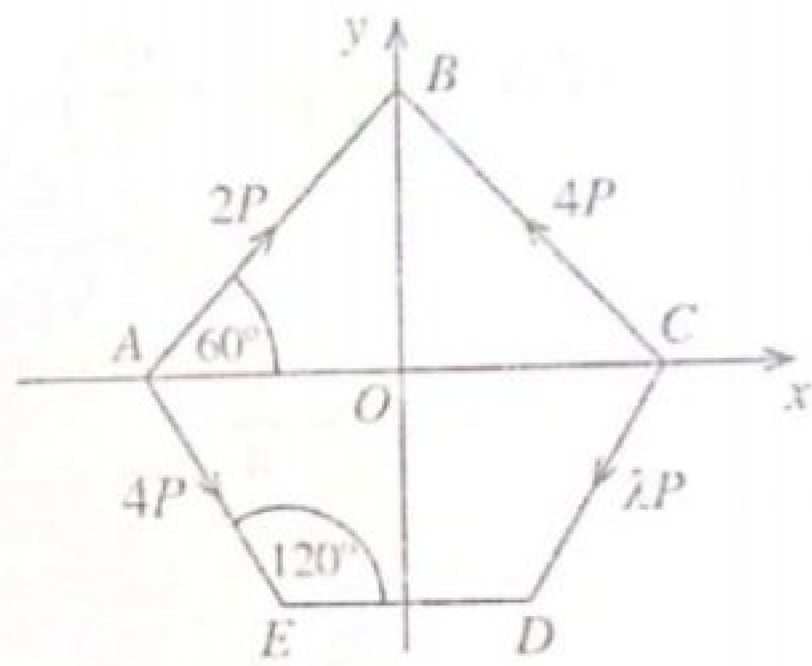
$\overrightarrow{AE}$ හා $\overrightarrow{AC}$ සැලකීමෙන්, $\lambda \in \mathbb{R}$ සඳහා $\mathbf{e} = (1-\lambda)\mathbf{a} + \lambda\mathbf{c}$ බව පෙන්වන්න.

මෙලෙසම, $\mu \in \mathbb{R}$ සඳහා $\mathbf{e} = (1-\mu)\mathbf{b} + \mu\mathbf{d}$ බව ද පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\mathbf{i}$ හා $\mathbf{j}$ ඇසුරෙන් $\mathbf{e}$ සොයන්න.

$\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{ED}$ සැලකීමෙන් $A\hat{E}D$ සොයන්න.

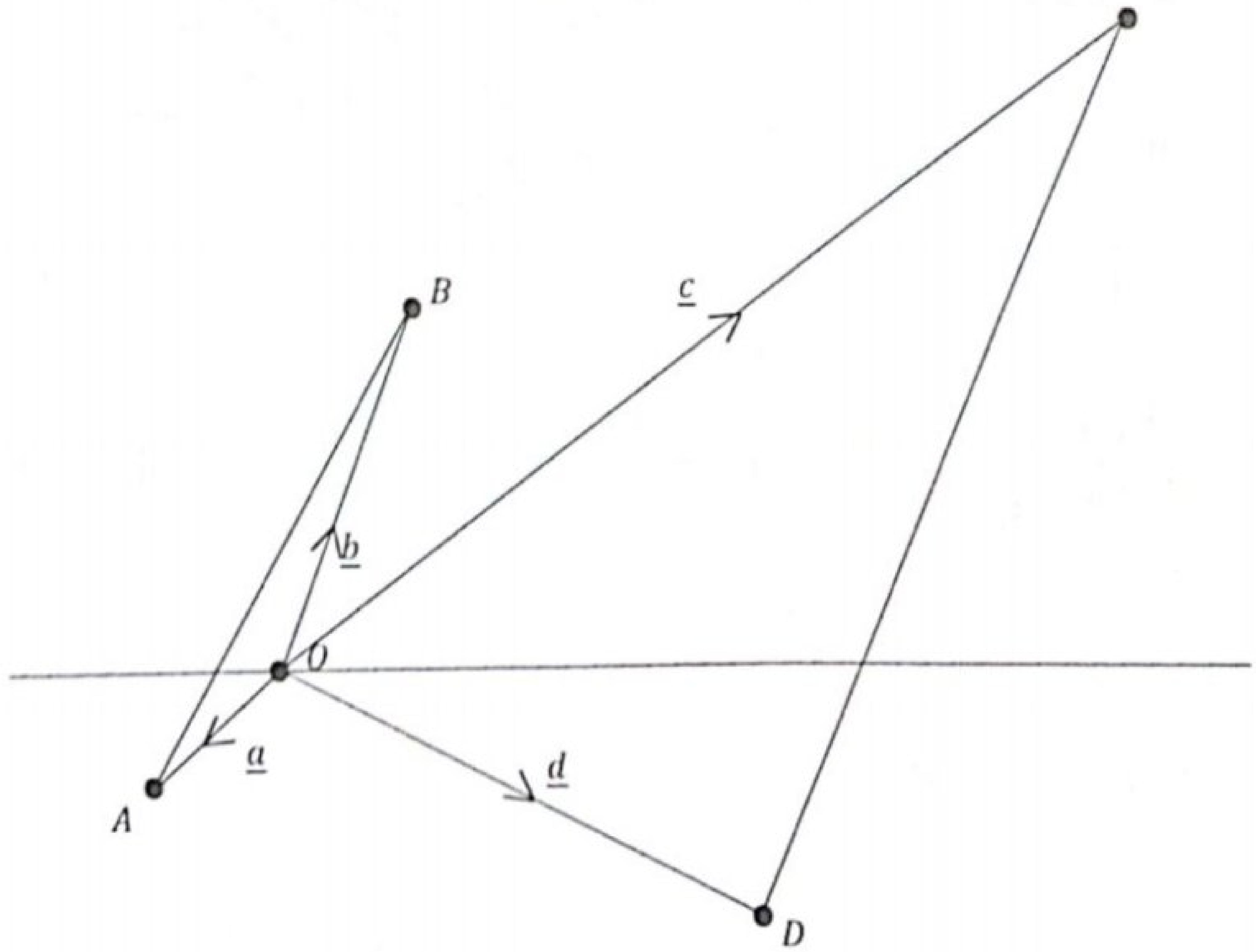
(*b*) රූපයේ පෙන්වා ඇති $ABCDE$ පංචාස්‍රය y-අක්ෂය වටා සමමිතික වේ. A හා C ශීර්ෂ x-අක්ෂය මත ද B ශීර්ෂය y-අක්ෂය මත ද පිහිටයි. තව ද, $AC = 4a$, $DE = 2a$, $A\hat{E}D = 120^\circ$ හා $O\hat{A}B = 60^\circ$ ද වේ; මෙහි O යනු මූලය වේ.



විශාලත්ව $2P, 4P, \lambda P$ හා $4P$ වන බල හතරක් පිළිවෙළින් $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{CD}$ හා $\overrightarrow{AE}$ දිගේ ක්‍රියාකරයි; මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$ වේ. මෙම බල පද්ධතිය O හරහා ක්‍රියාකරන $\mathbf{R}$ තනි බලයකට තුල්‍ය වන බව දී ඇත. λ හි අගය ද, $\mathbf{R}$ හි විශාලත්වය හා දිශාව ද සොයන්න.

දැන්, විශාලත්වය $2P$ වූ $\overrightarrow{DE}$ දිගේ ක්‍රියාකරන බලයක් හා වාමාවර්ත අතට ක්‍රියාකරන $4\sqrt{3}Pa$ ඝූර්ණයක් සහිත යුග්මයක් ඉහත පද්ධතියට එකතු කරනු ලැබේ. නව පද්ධතිය ඌනනය වන තනි බලයේ විශාලත්වය, දිශාව හා ක්‍රියා රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

(a)



$\overrightarrow{AB} = \underline{b} - \underline{a} = (\underline{i} + 4\underline{j}) - (-\underline{i} - \underline{j}) = 2\underline{i} + 5\underline{j}$ 5

$\overrightarrow{DC} = \underline{c} - \underline{d} = (8\underline{i} + \alpha\underline{j}) - (4\underline{i} - 2\underline{j}) = 4\underline{i} + (\alpha + 2)\underline{j}$ 5

$\overrightarrow{AB} // \overrightarrow{DC}$ $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{DC}$, $k \in \mathbb{R}$ සඳහා

$\Leftrightarrow 4\underline{i} + (\alpha + 2)\underline{j} = k(2\underline{i} + 5\underline{j})$ 5

$4 = 2k$ හා $\alpha + 2 = 5k$ 5

$\therefore k = 2$ හා $\alpha + 2 = 10$

$\therefore \alpha = 8$ 5

$\boxed{25}$

$\overrightarrow{AE} // \overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{AE} = \lambda\overrightarrow{AC}$, $\lambda \in$ R සඳහා. 5

$\therefore \underline{e} - \underline{a} = \lambda(\underline{c} - \underline{a})$

$\underline{e} = (1 - \lambda)\underline{a} + \lambda\underline{c}$ 5

$\boxed{10}$

$\overrightarrow{BE} // \overrightarrow{BD}$

$\overrightarrow{BE} = \mu\overrightarrow{BD}$, $\mu \in$ R සඳහා. 5

$\therefore \underline{e} - \underline{b} = \mu(\underline{d} - \underline{b})$

$\underline{e} = (1 - \mu)\underline{b} + \mu\underline{d}$ 5

$\boxed{10}$

10

$$\therefore (1-\lambda)\underline{a} + \lambda\underline{c} = (1-\mu)\underline{b} + \mu\underline{d}$$ 5

$$(1-\lambda)\left[-\underline{i} - \underline{j}\right] + \lambda\left[8\underline{i} + 8\underline{j}\right] = (1-\mu)\left[\underline{i} + 4\underline{j}\right] + \mu\left[4\underline{i} - 2\underline{j}\right]$$ 5

$$(9\lambda - 1)\underline{i} + (9\lambda - 1)\underline{j} = (3\mu + 1)\underline{i} + (-6\mu + 4)\underline{j}$$ 5

$$(9\lambda - 1) = (3\mu + 1) \text{ හා } (9\lambda - 1) = -6\mu + 4$$ 5

$$3\mu + 1 = -6\mu + 4$$

$$9\mu = 3 \quad \therefore \mu = \frac{1}{3}$$

$$\lambda = \frac{1}{3}$$ 5

$$\therefore \underline{e} = 2\underline{i} + 2\underline{j}$$ 5

$\boxed{30}$

$\frac{20}{30}$ $\frac{10}{20}$

$A\hat{E}D = \theta$. යැයි ගනිමු.

$$\overrightarrow{EA} \cdot \overrightarrow{ED} = |\overrightarrow{EA}||\overrightarrow{ED}|\cos\theta$$ 5

$$\underline{a} - \underline{e} = -3\underline{i} - 3\underline{j}$$

$$\underline{d} - \underline{e} = 2\underline{i} - 4\underline{j}$$

$$(\underline{a} - \underline{e}).(\underline{d} - \underline{e}) = |\overrightarrow{EA}||\overrightarrow{ED}|\cos\theta$$

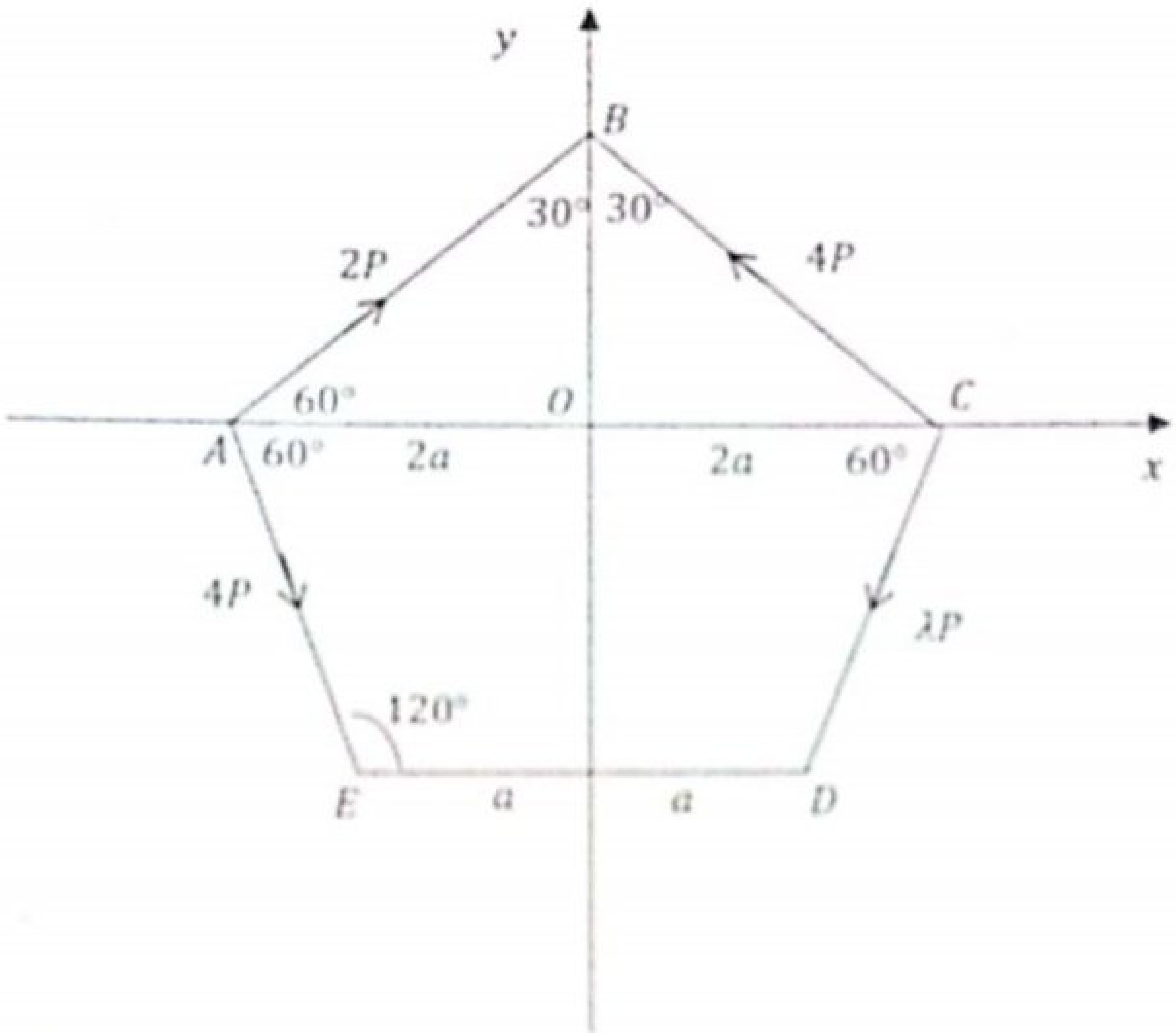
5 5

$$-6 + 12 = \sqrt{18}.\sqrt{20}\cos\theta$$

$$\therefore \quad \theta = \cos^{-1}\frac{1}{\sqrt{10}}$$ 5

$\boxed{20}$

(b)



O ↻ $(2P\sin 60^\circ \times 2a) - (4P\sin 60^\circ \times 2a) - (4P\sin 60^\circ \times 2a) + (\lambda P \sin 60^\circ \times 2a) = 0$ 10

$$-6P + \lambda P = 0$$

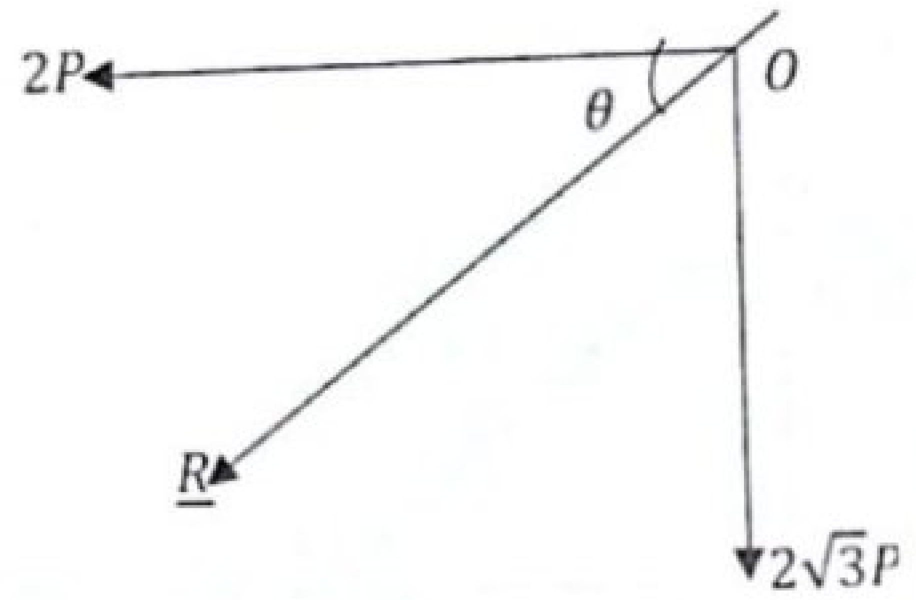
$\therefore \lambda = 6 \;\; (P \neq 0)$ 5

5

$\uparrow$ $Y = 2P\sin 60^\circ - 4P\sin 60^\circ + 4P\sin 60^\circ - 6P\sin 60^\circ = -2\sqrt{3}P$

5

$\longrightarrow$ $X = 2P \times \frac{1}{2} - 6P \times \frac{1}{2} = -2P$



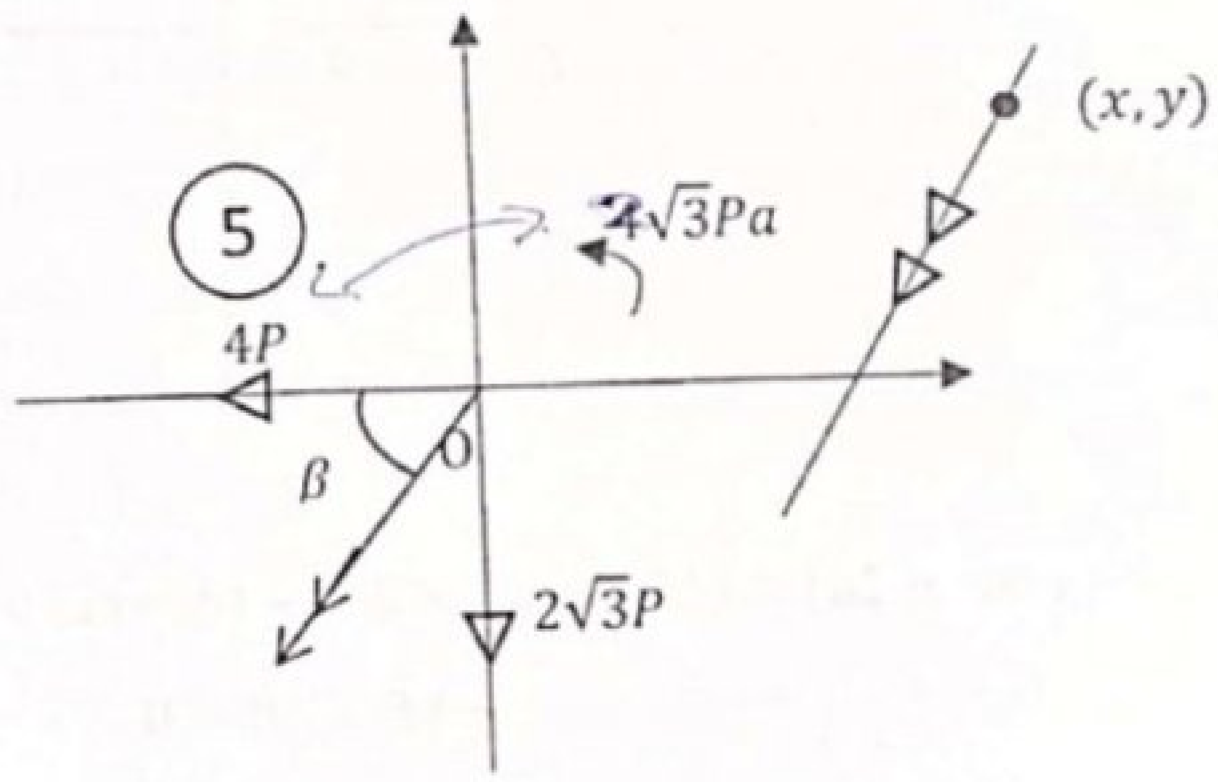
5

$|\underline{R}| = \sqrt{4 + 12}P = 4P$

$\tan\theta = \frac{2\sqrt{3}P}{2P} = \sqrt{3}$

$\theta = 60°$ 5

35



5

$|\underline{R_1}| = \sqrt{16 + 12}P = 2\sqrt{7}P$

$\tan\beta = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

$\beta = tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ 5

(x, y) වටා දක්ෂිණාවර්ත ඝූර්ණය:

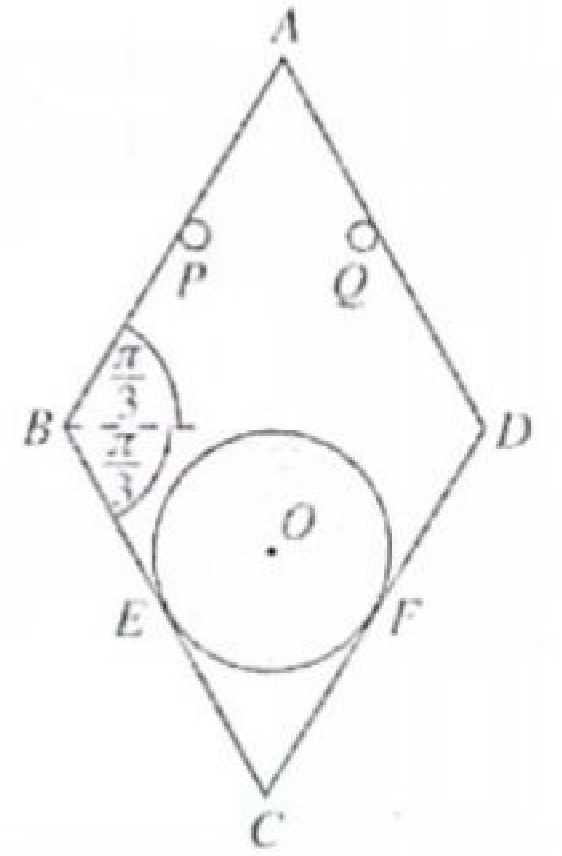
$4Py - 2\sqrt{3}\,Px - 4\sqrt{3}\,Pa = 0.$ 5

i.e. $2y - \sqrt{3}x - 2\sqrt{3}a = 0.$

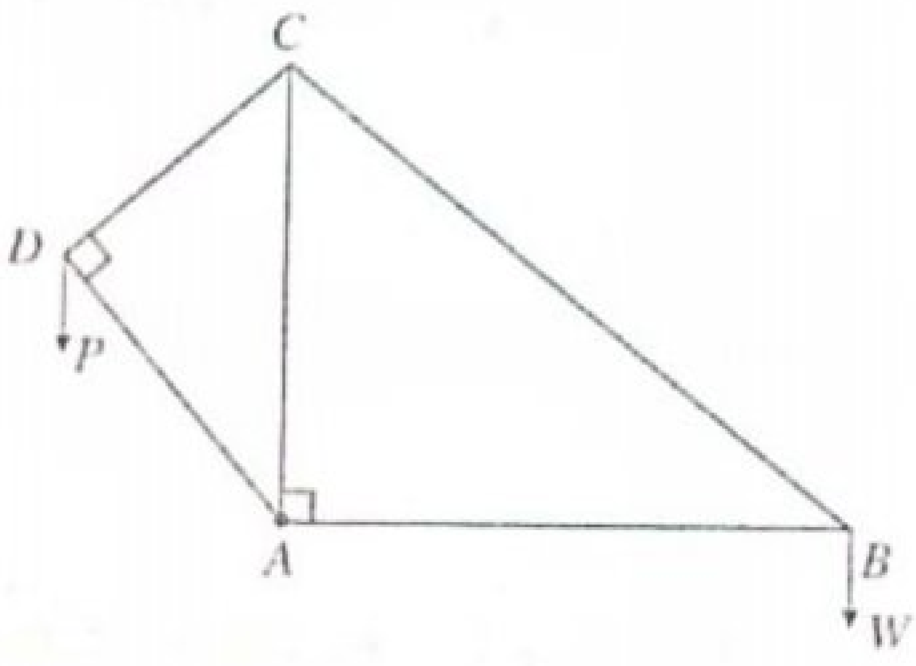
20

0002914

15.(a) $2a$ සමාන දිගින් හා W සමාන බරින් යුත් AB, BC, CD හා DA ඒකාකාර දඬු හතරක් A, B, C හා D ලක්ෂ්‍යවලදී සුමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. කේන්ද්‍රය O ද අරය $\frac{a}{\sqrt{3}}$ ද බර W ද වන සුමට ඒකාකාර තුනී වෘත්තාකාර තැටියක් BC හා CD දඬු පිළිවෙළින් E හා F හිදී ස්පර්ශ කරමින් $ABCD$ රාමුව ඇතුළත තබා ඇත.
රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, රාමුවෙන් හා තැටියෙන් සමන්විත පද්ධතිය සිරස් තලයක සමතුලිතතාවයේ ඇත්තේ එකම තිරස් මට්ටමේ පිහිටි P හා Q අචල සුමට නාදැති දෙකක් මගිනි. $A\hat{B}C = \frac{2\pi}{3}$, $CE = CF = a$ හා AOC රේඛාව සිරස් බව දී ඇත. CD මගින් BC මත C සන්ධියේදී යොදන ප්‍රතික්‍රියාවේ විශාලත්වය $\frac{\sqrt{3}}{2}W$ බව පෙන්වා නාදැති දෙක අතර දුර සොයන්න.



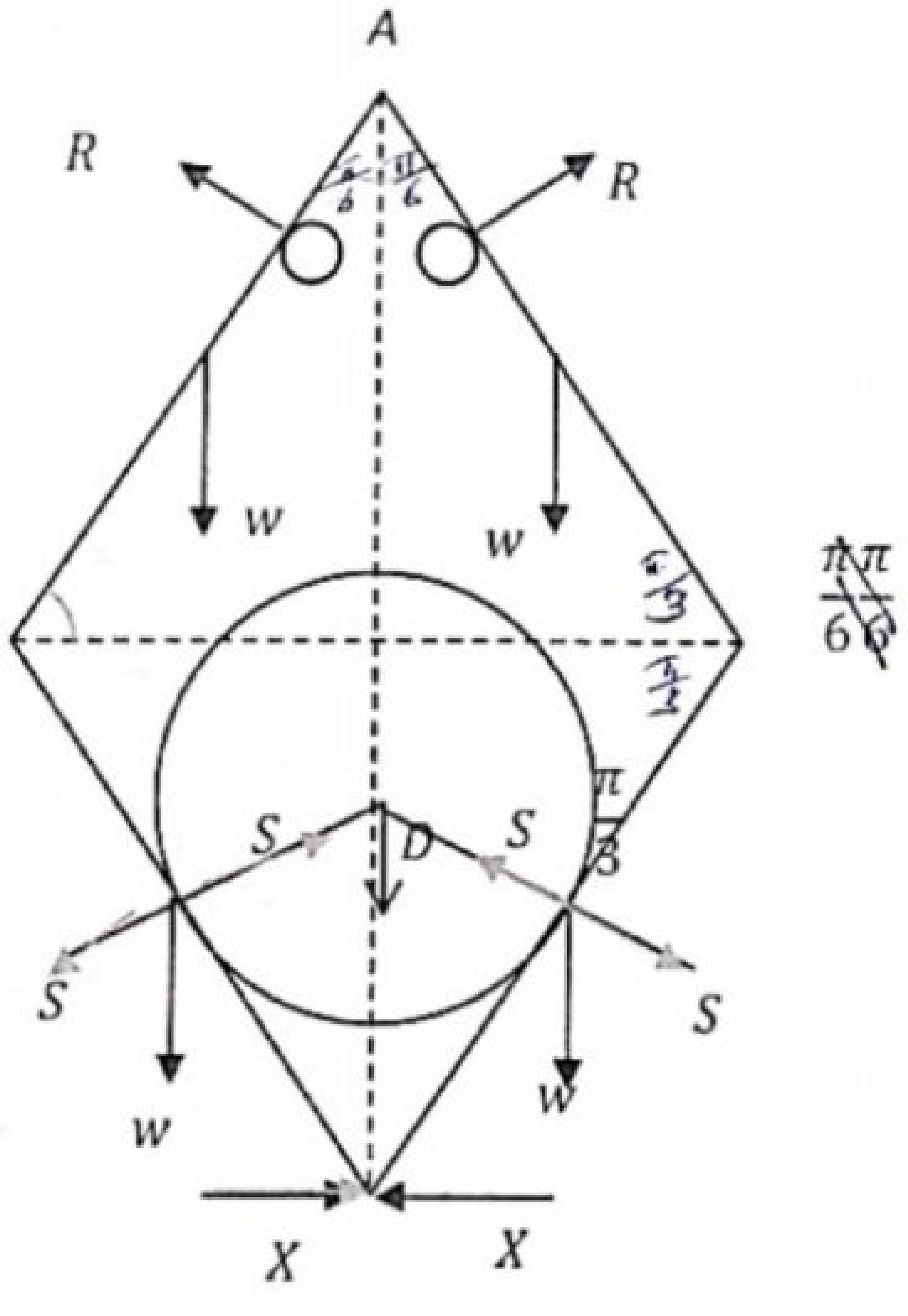
(b) රූපයේ පෙන්වා ඇති රාමු සැකිල්ල, අන්තවලදී සුමටව සන්ධි කළ AB, BC, CD, DA හා AC සැහැල්ලු දඬු පහකින් සමන්විත වේ. $AC = 2a$, $B\hat{A}C = 90°$, $C\hat{D}A = 90°$, $A\hat{B}C = 30°$ හා $C\hat{A}D = 30°$ බව දී ඇත. B සන්ධියෙහි W භාරයක් එල්ලා රාමු සැකිල්ල A හිදී අචල ලක්ෂ්‍යයකට සුමටව අසවු කර AC සිරස්ව ඇතිව පද්ධතිය සිරස් තලයක සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ එයට D සන්ධියෙහිදී සිරස්ව පහළට යෙදූ P බලයක් මගිනි.



(i) P හි අගය සොයන්න.

(ii) බෝ අංකනය භාවිතයෙන් B, C හා D සන්ධි සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අඳින්න.
ඒ නයින්, දඬුවල ප්‍රත්‍යාබල, ඒවා ආතති ද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරමින් සොයන්න.

(a)



10 බල සඳහා

නා දැති අතර දූර $2b$ යැයි ගනිමු.

5 — සමමිතිය $(Y=0)$

CS CamScanner

තැටිය සඳහා: $\uparrow$ $2S\cos\frac{\pi}{3} = W$

$$S = W \quad 5$$

පද්ධතිය සඳහා: $\uparrow$ $2R\cos\frac{\pi}{3} = 5W$

$$R\frac{1}{2} = \frac{5}{2}W$$

$$R = 5W \quad 5$$

BC සඳහා : B $\curvearrowright$ $\quad W \times a\cos\frac{\pi}{3} + S \times a - X \times 2a\sin\frac{\pi}{3} = 0 \quad 10$

$$W \times \frac{1}{2} + W = X \times \sqrt{3}$$

$$\frac{3W}{2} = X\sqrt{3}$$

$$\therefore X = \frac{\sqrt{3}W}{2} \quad 5 \qquad 10$$

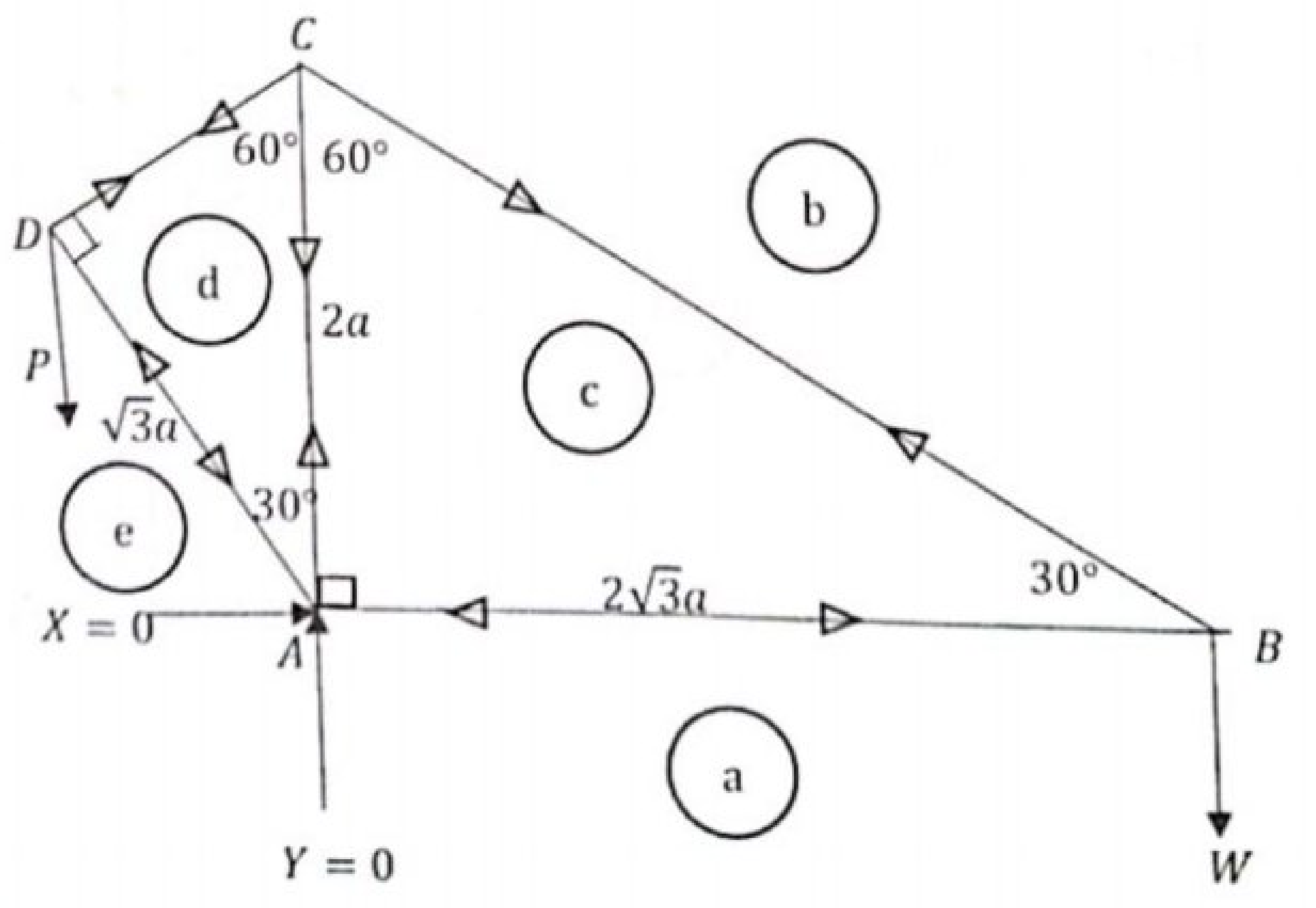
ABC සඳහා: A $\curvearrowright$ $R \times b\,\text{cosec}\frac{\pi}{6} - 2W \times a\sin\frac{\pi}{6} - X \times 4a\cos\frac{\pi}{6} - S\cos\frac{\pi}{3} \times a\sin\frac{\pi}{6} S\sin\frac{\pi}{3} \times 3a\cos\frac{\pi}{6} = 0$

$$5W \times 2b - W \times a - \frac{\sqrt{3}W}{2} \times 4a \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{Wa}{4} + \frac{9Wa}{4} = 0$$

$$\therefore b = \frac{a}{5}$$

∴ නා දැති අතර දුර $= \frac{2a}{5}$. $\quad 5 \qquad \boxed{55}$

(b)



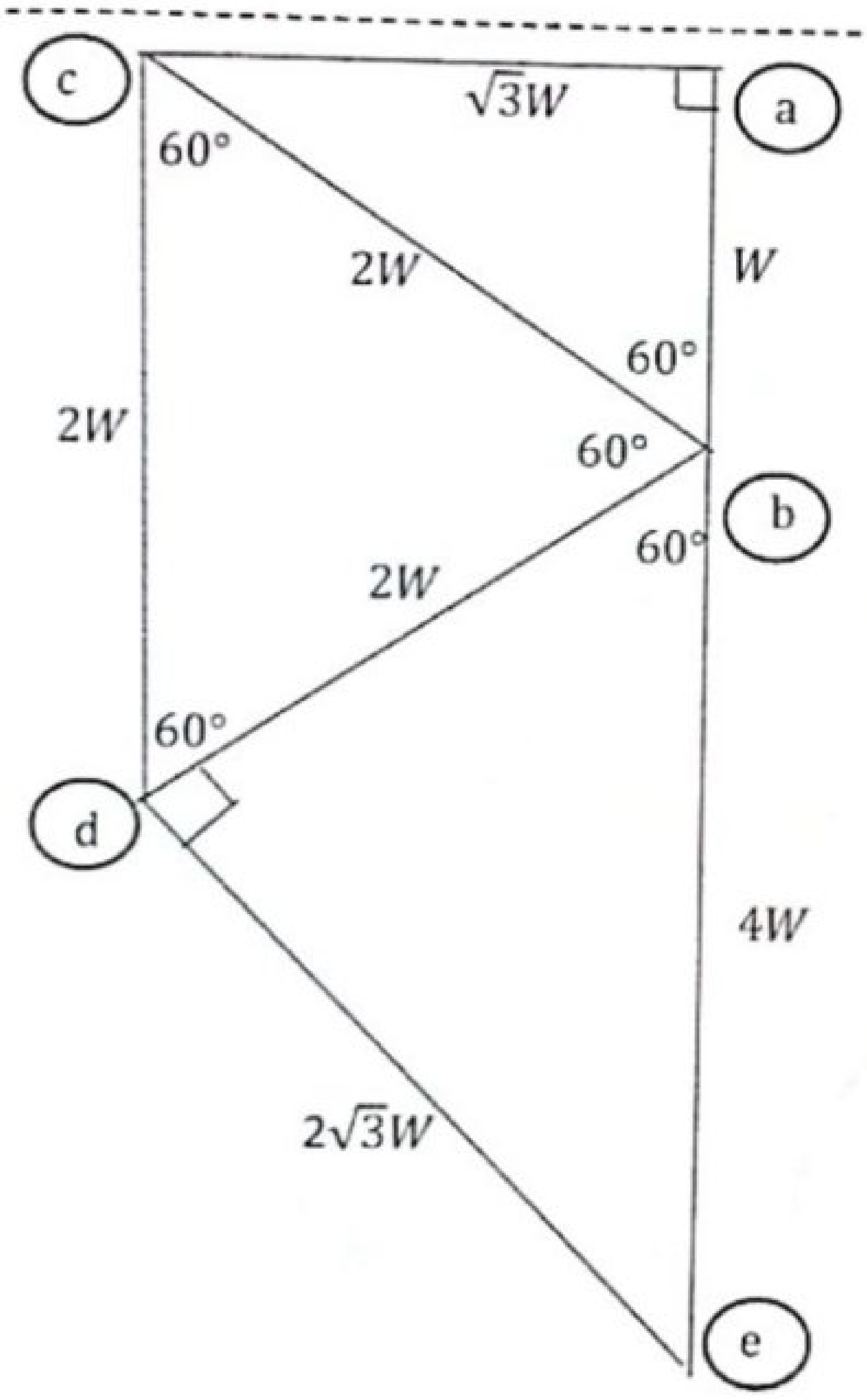
$$AB = 2a\cot 30^\circ = 2\sqrt{3}a$$

$$AD = 2a\cos 30^\circ = \sqrt{3}a$$

$$\overset{\frown}{A}\quad W \times 2\sqrt{3}a - P \times \sqrt{3}a\sin 30^\circ = 0 \quad (10)$$

$$\therefore P = 4W \quad (5)$$

$\boxed{15}$



(30)

$10 \times 3 = 30$

$\frac{20}{30}$

දණ්ඩ	විශාලත්වය	ආතතිය/තෙරපුම	
AB	$\sqrt{3}W$	තෙරපුම	10
BC	$2W$	ආතතිය	10
AC	$2W$	තෙරපුම	10
CD	$2W$	ආතතිය	10
AD	$2\sqrt{3}W$	තෙරපුම	10

(50)

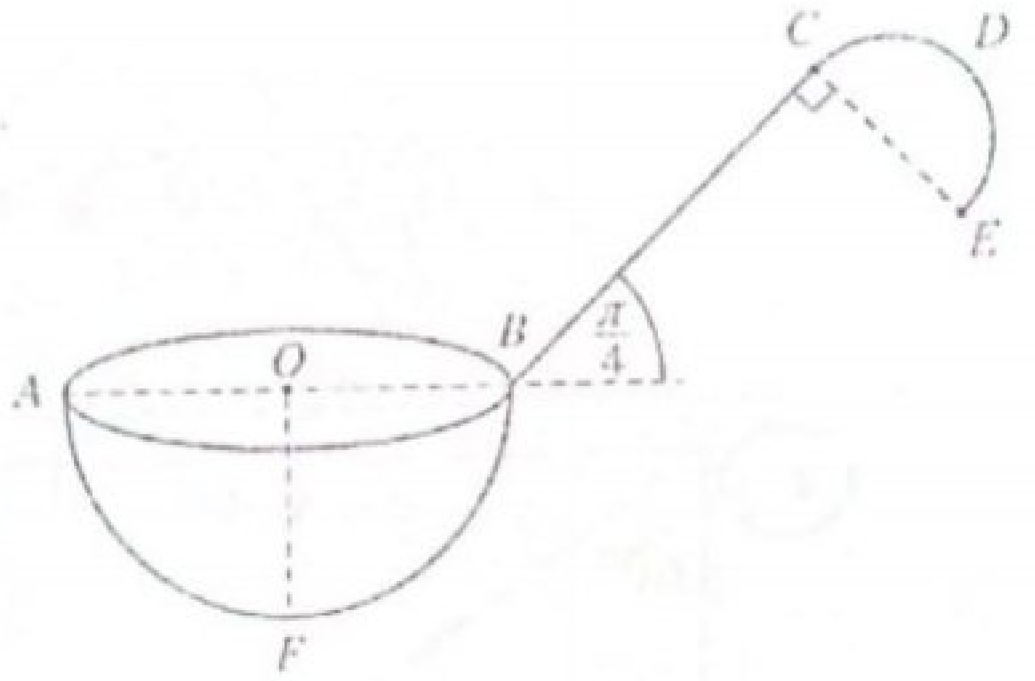
$\frac{25}{50}$

$\boxed{80}$

16. (i) අරය a වූ තුනී ඒකාකාර අර්ධ වෘත්තාකාර කම්බියක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{2a}{\pi}$ දුරකින් ද

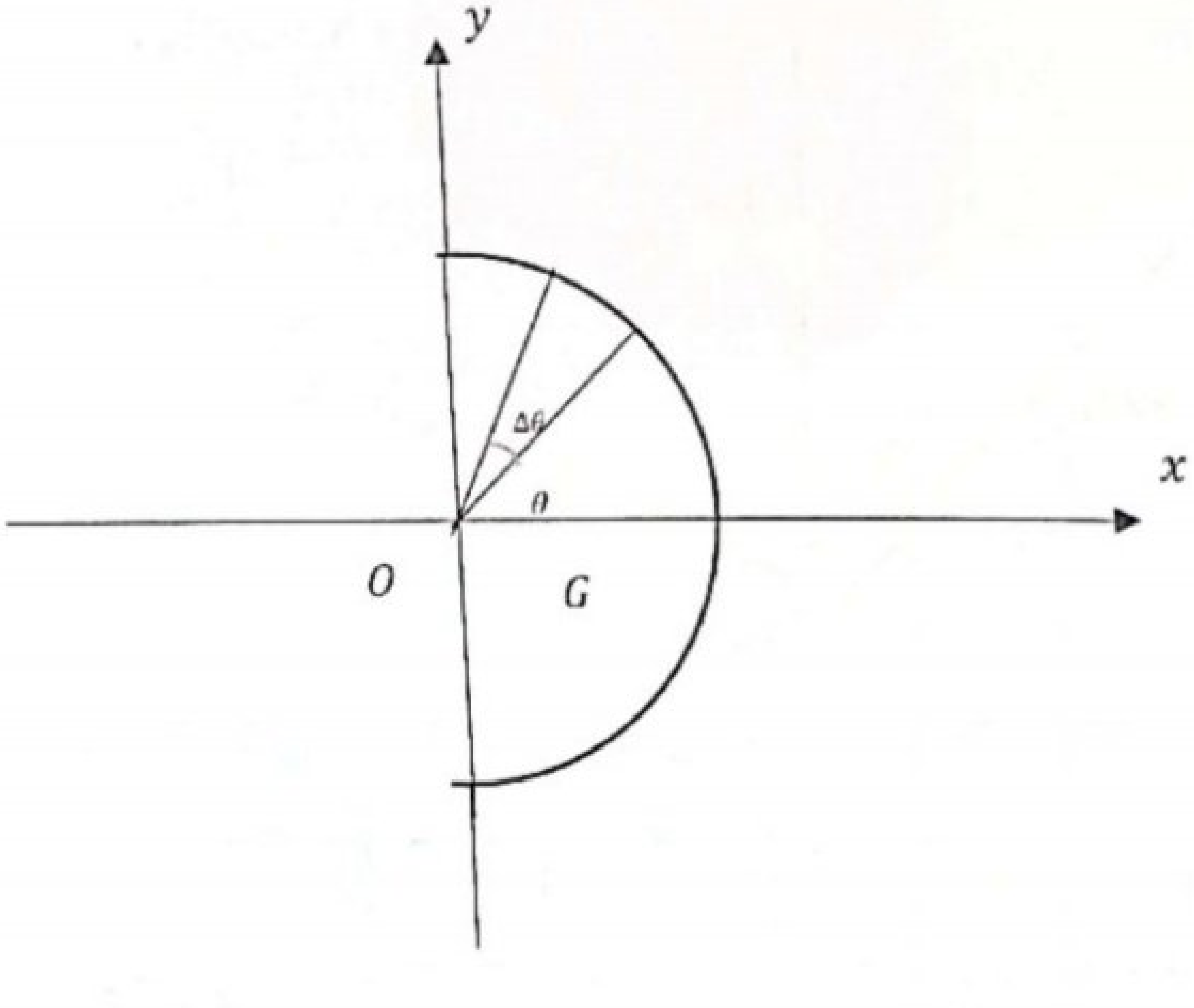
(ii) අරය a වූ තුනී ඒකාකාර අර්ධ ගෝලාකාර කබොලක ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය එහි කේන්ද්‍රයේ සිට $\frac{a}{2}$ දුරකින් ද

පිහිටන බව පෙන්වන්න.



රූපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි, අරය $\sqrt{2}a$ වූ අර්ධ වෘත්තාකාර CDE කොටසකින් හා දිග $2\sqrt{2}a$ වූ BC සෘජු කොටසකින් සමන්විත සිහින් ඒකාකාර $BCDE$ කම්බියකින් සැදි මිටක්, කේන්ද්‍රය O හා අරය $2a$ වූ තුනී ඒකාකාර අර්ධ ගෝලාකාර කබොලකට දෘඪ ලෙස සවි කර හැන්දක් සාදා ඇත. CE විෂ්කම්භය BC ට ලම්බ වේ. A හා B ලක්ෂ්‍ය අර්ධ ගෝලාකාර කබොලෙහි වෘත්තාකාර ගැට්ටේ විෂ්කම්භයක අන්ත වන අතර F ලක්ෂ්‍යය අර්ධ ගෝලාකාර කබොලෙහි පෘෂ්ඨය මත පිහිටා ඇත්තේ OF හා OB ලම්බ වන පරිදි ය. $\overrightarrow{AB}$ හා $\overrightarrow{BC}$ අතර කෝණය $\frac{\pi}{4}$ ක් වන අතර O, A, B, C, D, E හා F ලක්ෂ්‍ය එකම තලයක පිහිටයි. අර්ධ ගෝලාකාර කබොලෙහි ඒකක වර්ගඵලයක ස්කන්ධය σ ද මිටෙහි ඒකක දිගක ස්කන්ධය $\sqrt{2}a\sigma$ ද වේ. හැන්දේ ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය OB ට පහළින් $\left(\frac{3\pi-4}{2+5\pi}\right)a$ දුරකින් ද OF සිට $\left(\frac{8+5\pi}{2+5\pi}\right)a$ දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.
දැන්, ස්කන්ධය m වූ අංශුවක් A ලක්ෂ්‍යයට සවිකර ඇත්තේ OF සිරස්ව ඇතිව F ලක්ෂ්‍යය තිරස් ගෙබිමක් ස්පර්ශ කරමින් හැන්ද සමතුලිතතාවේ තැබිය හැකිවන පරිදි ය. a හා σ ඇසුරෙන් m සොයන්න.

(i)



සමමිතියෙන්, ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය x-අක්ෂය මත පිහිටයි. 5

$\Delta m = a\Delta\theta\rho$, මෙහි ρ යනු ඒකක දිගක ස්කන්ධය වේ.

$OG = \bar{x}$ යැයි ගනිමු.

$$\bar{x} = \frac{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} a\rho a\cos\theta\, d\theta}{\int_{-\pi/2}^{\pi/2} a\rho\, d\theta}$$ 5 + 5

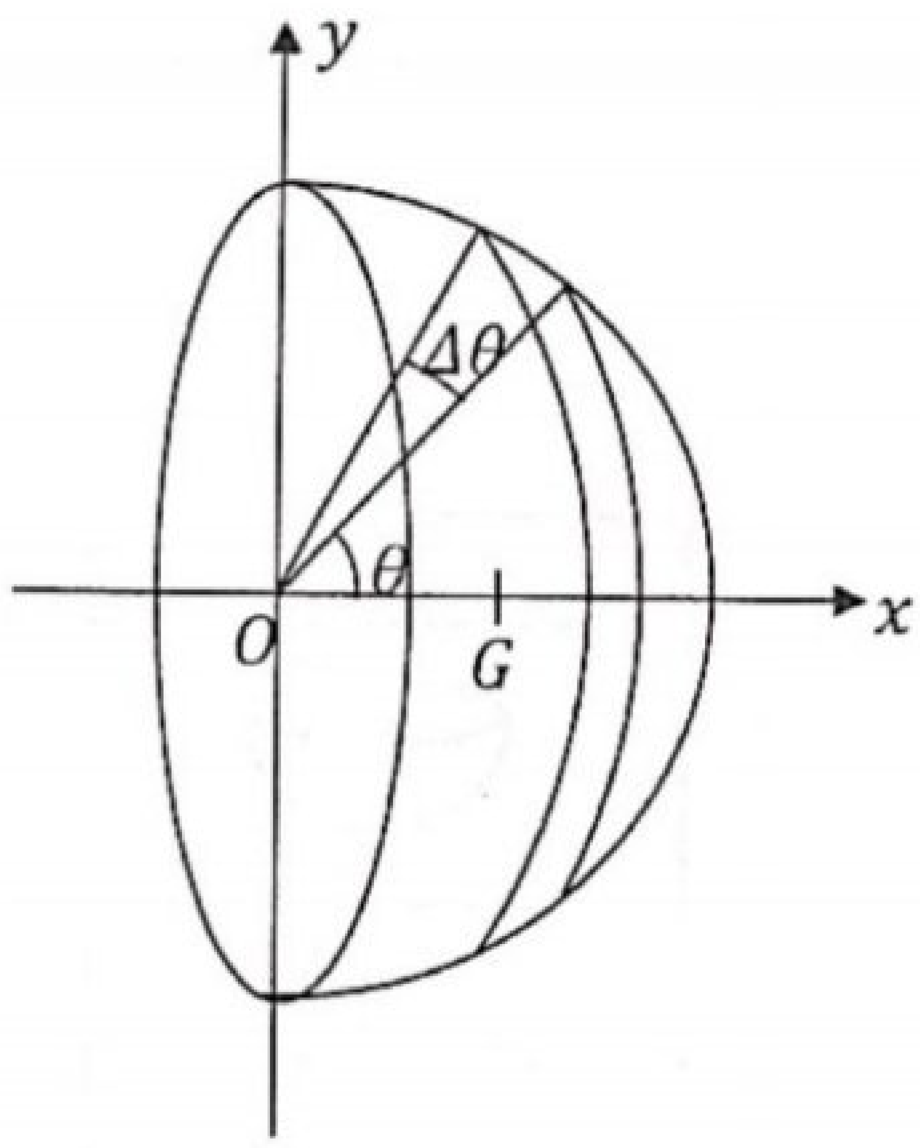
$$= \frac{a\sin\theta\big|_{-\pi/2}^{\pi/2}}{\theta\big|_{-\pi/2}^{\pi/2}}$$ 5

$$= \frac{2a}{\pi}$$ 5

$\boxed{25}$

සමමිතියෙන්, ස්කන්ධ කේන්ද්‍රය x අක්ෂය මත පිහිටයි 5

$\Delta m = 2\pi(\text{a } \sin\theta)\, a\rho\theta.$ මෙහි σ යනු ඒකක වර්ගඵලයක ස්කන්ධය වේ.



$OG = \bar{x}.$ යැයි ගනිමු.

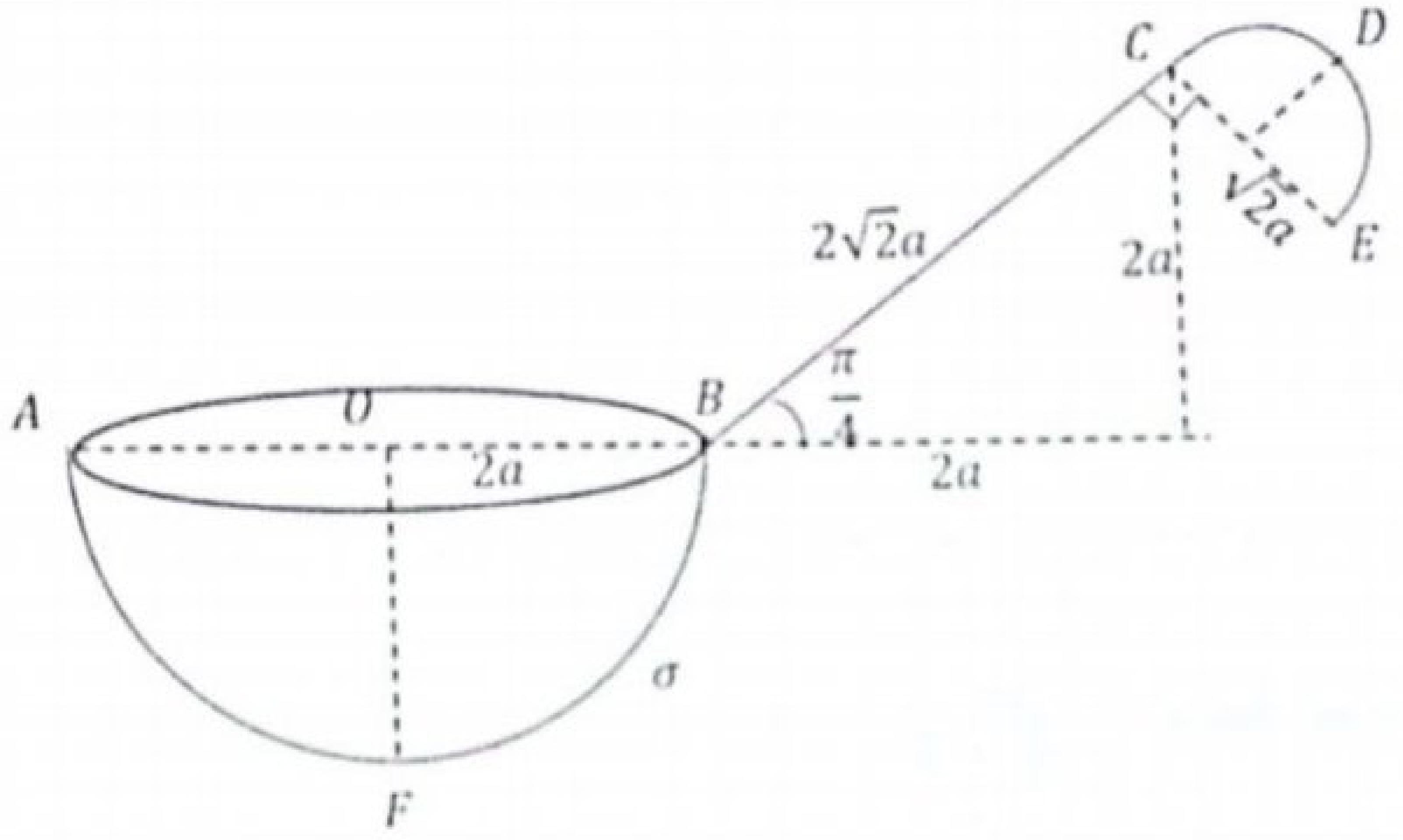
$$\bar{x} = \frac{\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\pi(a\ \sin\theta)\, a\,\sigma\, a\ \cos\theta\, \mathrm{d}\theta}{\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\pi(a\ \sin\theta)\, a\,\sigma\, \mathrm{d}\theta}$$ 5 + 5

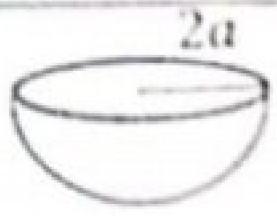
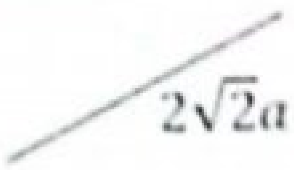
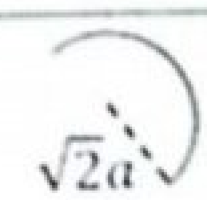
$$= \frac{\frac{a\sin\theta}{2}\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}}{-\cos\theta\big|_0^{\frac{\pi}{2}}}$$ 5 + 5

$$= \frac{a}{2}.$$ 5

$\boxed{30}$

CamScanner



වස්තුව	ස්කන්ධය	CM සිට OB ට දුර (↑)	OF සිට (→)
 $2a$	$2\pi(2a)^2\sigma$ $= 8\pi a^2\sigma$	$-\frac{2a}{2} = -a$	0
 $2\sqrt{2}a$	$(2\sqrt{2}a)\sqrt{2}a\sigma$ $= 4a^2\sigma$	$\sqrt{2}a\sin\frac{\pi}{4} = a$	$3a$
 $\sqrt{2}a$	$(\pi\sqrt{2}a)(\sqrt{2}\,a\sigma)$ $= 2\pi a^2\sigma$	$2a - \sqrt{2}a \times \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2\sqrt{2}a}{\pi} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$ $= a + \frac{2a}{\pi}$	$2a + 2a + a + \frac{2\sqrt{2}a}{\pi} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$ $= 5a + \frac{2a}{\pi}$
හැන්ද	$(10\pi + 4)a^2\sigma$ $= \underbrace{(5\pi + 2)}_{k}2a^2\sigma$	$\overline{y}$	$\overline{x}$

50

$k = (5\pi + 2)$

$$2ka^2\sigma.\overline{x} = 4a^2\sigma \times 3a + 2\pi a^2\sigma\left(5a + \frac{2a}{\pi}\right)$$ 10 Dr D

$$k\overline{x} = 6a + 5\pi a + 2a$$

$$\overline{x} = \left(\frac{8 + 5\pi}{2 + 5\pi}\right)a$$ 5

0002920

$$2ka^2\sigma\overline{y} = 8\pi a^2\sigma(-a) + 4a^2\sigma \times a + 2\pi a^2\sigma\left(a + \frac{2a}{\pi}\right) \quad (10)$$

$$k\overline{y} = -4\pi a + 2a + \pi a + 2a$$

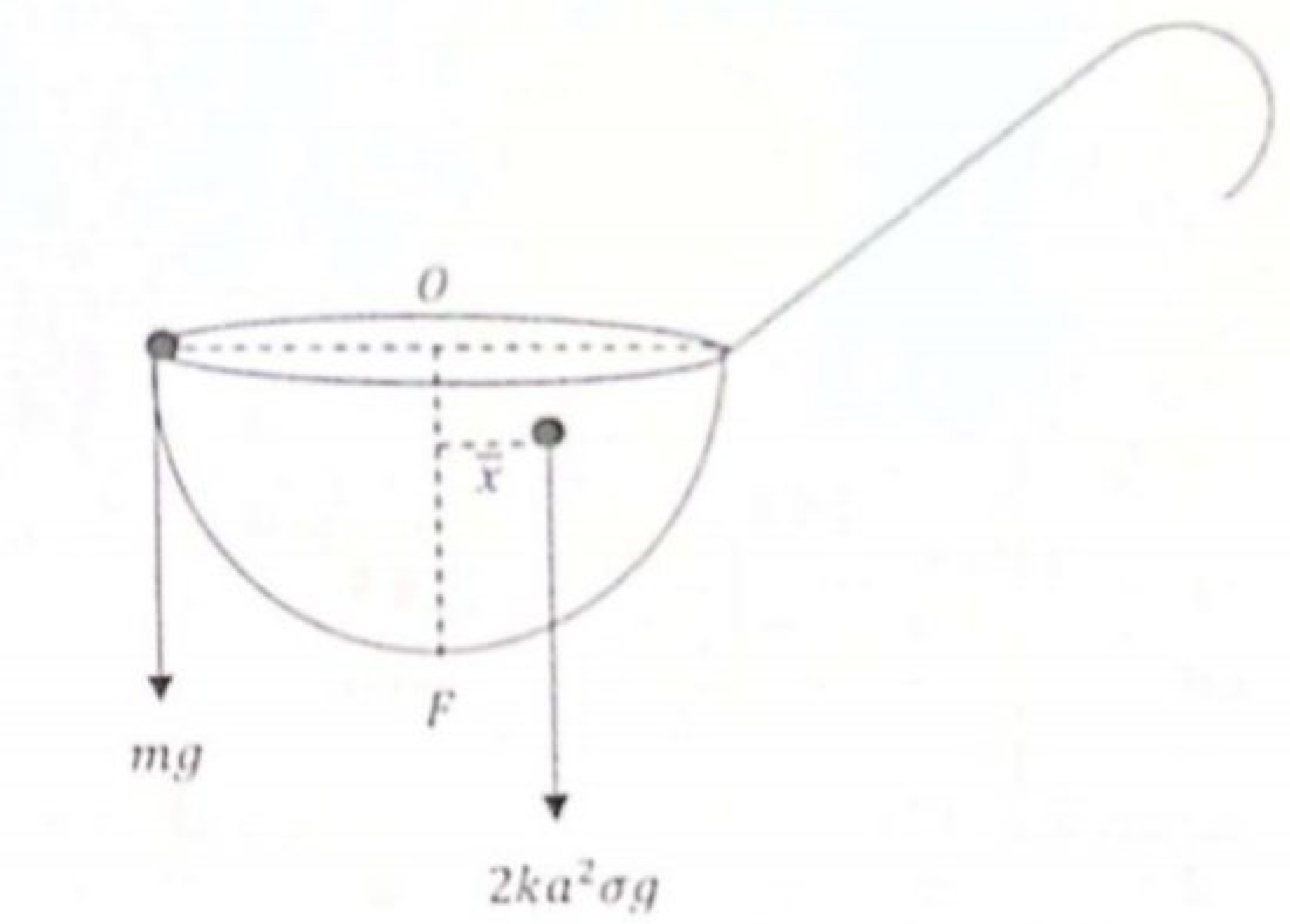
$$k\overline{y} = 4a - 3\pi a$$

$$\overline{y} = \left(\frac{4 - 3\pi}{2 + 5\pi}\right)a$$

$$= -\left(\frac{3\pi - 4}{2 + 5\pi}\right)a \quad (5)$$

80

$\therefore OB$ O [illegible] $\left(\frac{3\pi-4}{2+5\pi}\right)$.



$O \curvearrowright \quad mg \times 2a = 2ka^2\sigma g \times \overline{x} \quad (10)$

$$\therefore m = ka\sigma.\left(\frac{8+5\pi}{k}\right)a$$

$$\therefore m = (8 + 5\pi)a^2\sigma \quad (5)$$

15

---

17. (*a*) A හා B සර්වසම මලු දෙකකි. A මල්ලෙහි කළු පාට බෝල 3 ක් හා සුදු පාට බෝල 2 ක් අඩංගු වන අතර B මල්ලෙහි කළු පාට බෝල 4 ක් හා සුදු පාට බෝල 3 ක් අඩංගු වේ. බෝල, ඒවා පාටින් හැර අන් සෑම අයුරකින්ම සර්වසම වේ. දැන්, මුහුණත්වල 1, 2, 3, 4, 5 හා 6 අංක යොදා ඇති පැති හයකින් යුත් නොනැඹුරු දාදු කැට දෙකක් එකට පෙරලනු ලැබේ. එවිට ලැබෙන සංඛ්‍යාවල එකතුව ප්‍රථමක සංඛ්‍යාවක් නම් A මල්ල ද, නොඑසේ නම් B මල්ල ද තෝරාගනු ලැබේ. තෝරාගත් මල්ලෙන් සසම්භාවී ලෙස බෝලයක් ඉවතට ගනු ලැබේ.

(i) ඉවතට ගත් බෝලය කළු පාට එකක් වීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(ii) ඉවතට ගත් බෝලය කළු පාට එකක් බව දී ඇති විට, මෙම බෝලය A මල්ලෙන් ඉවතට ගෙන තිබීමේ සම්භාවිතාව සොයන්න.

(*b*) සිසුන් 100 දෙනෙකුට කිසියම් කාර්යයක් නිම කිරීම සඳහා ගත් කාලයන් පහත වගුවේ සාරාංශගත කර ඇත:

ගත් කාලය (තත්පර)	සිසුන් ගණන
0 – 10	10
10 – 20	20
20 – 30	35
30 – 40	20
40 – 50	15

ඉහත දී ඇති සංඛ්‍යාත ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යස්ථය, මධ්‍යන්‍යය හා විචලතාව නිමානය කරන්න.

පසුව, තවත් සිසුන් 25 දෙනෙකුට එම කාර්යයම දෙන ලදි. මෙම සිසුන් ඉහත වගුවේ එක් එක් කාල ප්‍රාන්තරයට 5 දෙනෙකු බැගින් වැටුණි.

නව ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යන්‍යය නිමානය කරන්න.

(a)

0002922

1 \ 2	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

$P\underbrace{(\text{එකතුව ප්‍රථමක})}_{A} = \frac{1+2+4+6+2}{36} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$ 15

5

$P\underbrace{(\text{එකතුව ප්‍රථමක නොවීම})}_{B} = \frac{7}{12}$

C = ඉවතට ගත් බෝලය කළුපාට වීම

(i) මුළු සම්භාවිතා නියමය :

$$P(C) = P(A \cap C) + P(B \cap C)$$

$$= P(C|A).P(A) + P(C|B).P(B)$$

10 10

$$= \frac{3}{5} \times \frac{5}{12} + \frac{4}{7} \times \frac{7}{12}$$ 5

$$= \frac{1}{12}(3+4)$$

$$= \frac{7}{12}$$ 5

$\boxed{50}$

(ii) බේයිස් ප්‍රමේයය :

$$P(A|C) = \frac{P(A \cap C)}{P(C)} = \frac{P(C|A).P(A)}{P(C)}$$

10

$$= \frac{\frac{3}{5} \times \frac{5}{12}}{\frac{7}{12}} = \frac{3}{7}$$ 5

5

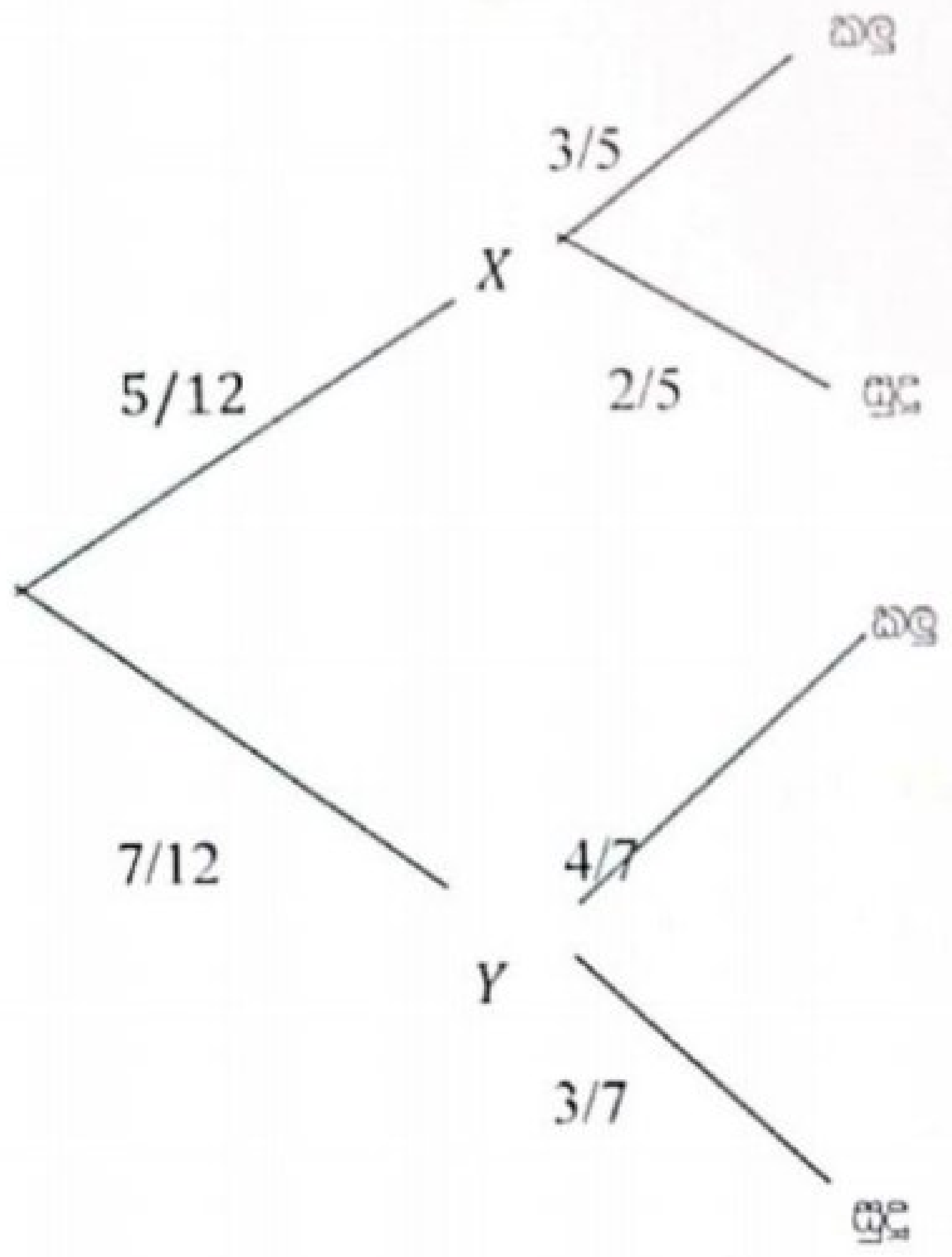
10 + 5 + 5

$\boxed{20}$

විකල්පය:

$X =$ එකතුව ප්‍රථමක වේ.

$Y =$ එකතුව ප්‍රථමක නොවේ.



10 10

$$P(C) = \frac{5}{12}\times\frac{3}{5}+\frac{7}{12}\times\frac{4}{7} \quad 5$$

$$= \frac{1}{4}+\frac{1}{3}$$

$$= \frac{7}{12} \quad 5$$

30

10

$$P(A|C) = \frac{\frac{5}{12}\times\frac{3}{5}}{\frac{7}{12}} = \frac{3}{7} \quad 5$$

5

20

(b)

5 5 5 5

කාලය(s)	f_i	x_i	f_ix_i	$f_ix_i^2$
0-10	10	5	50	250
10-20	20	15	300	4500
20-30	35	25	875	21875
30-40	20	35	700	24500
40-50	15	45	675	30375
	100		2600	81500

$4\times5=20$

20

(10)

මධ්‍යස්ථය $= 20 + \frac{10}{35} \times 20 = 20 + \frac{40}{7} = 25.714$ (5)

[illegible]

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{5} f_i x_i}{\sum_{i=1}^{5} f_i}$$ (5)

$$= \frac{2600}{100}$$ (5)

$$= 26$$ (5)

විචලතාව $= \frac{\sum_{i=1}^{5} f_i x_i^2}{\sum_{i=1}^{5} f_i} - \overline{x}^2$ (5)

$$= \frac{81500}{100} - 26^2$$ (5)

$$= 815 - 676$$

$$= 139$$ (5)

$\boxed{65}$

නව මධ්‍යනය $\overline{y}$ යැයි ගනිමු

$$125\overline{y} = 100\overline{x} + 5(5 + 15 + 25 + 35 + 45)$$ (10)

$$= 2600 + 5 \times 125$$

$$= 3225$$

$$\therefore \overline{y} = \frac{3225}{125} = 25.8$$

(5)

$\boxed{15}$

0002926

AL API

PAPERS GROUP